

Kandidatspeciale i Bygningsdesign

14-08-2013

Lethal 2.1 - Parametrisk modellering, form finding og statisk analyse af et membrantag



Rasmus Petersen s072508

Danmarks Tekniske Universitet

Institut for Byggeri og Anlæg (DTU Byg)

Hovedvejleder: Jan Karlshøj, DTU Byg

Bivejleder: Jaap Aanhaanen, Rambøll

(forside: illustration Andersen og Sigurdsson Arkitekter)

Institut: Institut for Byggeri og Anlæg (DTU Byg)

Forfatter: Rasmus Petersen s072508

Titel: Lethal 2.1 – Parametrisk modellering, form finding og statisk analyse af et membrantag

Title(English): Light weight hall 2.1 – Parametric modeling, formfinding and static analysis of a membrane roof

Hovedvejleder: Jan Kalshøj, Associate professor DTU Byg

Bivejleder: Jaap Aanhaanen, Civilingeniør, Rambøll

Kontakt: Department of Civil Engineering,
Technical University of Denmark
Brovej, bygning 118
2800 Kgs. Lyngby
Phone: 4525 1700
E-mail: byg@byg.dtu.dk

Afleveret den: 14/8-2013

Grad: Kandidat i Bygningsdesign
M.Sc. Architectural Engineering

Afleveret: Rapport
Appendiksrapport
CD, indeholdende data

Forord

Dette speciale blev udarbejdet for at færdiggøre min kandidat i bygningsdesign ved Danmarks Tekniske Universitet. Specialet er målrettet informerede læsere inden for bygningsdesign, og derfor er ikke alle begreber udpenslet.

Studiet er udarbejdet dels på DTU og dels på Rambølls hovedkontor i Ørestaden. Jeg vil gerne rette en tak til vejledere Jan Karlshøj og Jaap Aanhaanen, som har bidraget med konstruktive input og god vejledning gennem mit projekt. Desuden vil jeg gerne takke afd. 1053 Facadeteknik i Rambøll for, at jeg har måttet udarbejde størstedelen af specialet hos dem på kontoret, og for gode inputs og god atmosfære. Derudover vil jeg gerne takke Mark Smith fra Base Structures, for at tage sig tid til at diskutere mit speciale og de praktiske udfordringer ved opførsel af hallen. Ydermere vil jeg gerne takke John Forbes Olesen (DTU Byg) for vejledning iht. Finite Element Metoden og spændingskoncentrationer og diskontinuiteter. Slutteligt vil jeg gerne takke Tanja Majbrit Knudsen for konstruktiv feedback og støtte gennem projektet.

Abstract

Projektet Lethal 2.1 - Parametrisk modellering, form finding og statistisk analyse af et membrantag omhandler udførelsen af et parametrisk membrantag med parametriske laster. Projektet udsprang af et arkitektforslag, Lethal 2.0, som omhandler forslag til opførelse af en hal med et membrantag. Lethal 2.0 skulle ud fra forslaget være meget fleksibelt og kunne antage flere konfigurationer.

Ideen med dette projekt er, at man kan lave en meget fleksibel løsning på lehallen, som tillader at man kan ændre geometrien, samt at man stadig let kan lave en statistisk analyse. Den originale lethal blev undersøgt i projektet men fungerede dårligt statistisk, og derfor blev der udført en ny geometri, som fungerer bedre. Efter den parametriske model for taget blev færdigudviklet, blev der udført en statistisk analyse af den stålkonstruktion, som understøtter membranen. Dette blev udført, for at finde designkriterier til at optimere konstruktionen for de store trækkræfter, som opstår i membrankonstruktioner.

Der blev fundet optimeringsmuligheder til den nye geometri, som består af, at sørge for at membrantaget skal være højt, og med så stor pilhøjde som muligt for kablerne, som understøtter membranen. Det sikrer, at taget får stor krumning og det bliver dermed stabilt ved lavere forspændinger. Slutteligt blev det fundet, at det vil være effektivt at øge afstanden mellem understøtningerne for stålkonstruktionen, idet man minimerer trækraften, som skal forankres, på denne vis.

Abstract (English)

The project Light weight hall 2.1 – Parametric modeling, form finding and static analysis of a membrane roof is about developing a parametric membrane roof with parametric loading. The project was based on an architectural proposal, Light weight hall 2.0, which addresses the proposed erection of a hall with a membrane roof. Light weight hall 2.0 was according to the proposal supposed to be flexible and allow multiple configurations.

The idea with this project is that it is possible to create a very flexible solution to the light weight hall, which allows changing the geometry, and still easily being able to do a static analysis. The original light weight hall was investigated in the project, but it was not very good statically, therefore a new geometry was made which worked better statically. After the parametric model was finished, a static analysis of the steel substructure supporting the membrane was carried out. This was done to determine design criteria for optimization of the structure, with regard to the large tension reactions that occurs in membrane structures.

There was found possibilities of optimization for the new geometry, which consist of making sure the membrane roof must be tall, and with as large a cable sag as possible for the cables supporting the membrane. This ensures that the roof has a large curvature and thereby becomes stable at low pre-stress. Finally it was found that it would be effective to increase the distance between the supports in the steel supporting structure. This minimizes the tension force that needs to be anchored.

INDHOLD

1	Indledning.....	9
1.1	Introduktion.....	9
1.2	Problemformulering.....	9
1.3	Software.....	9
1.4	Metode.....	11
1.5	Mål.....	11
1.6	Proces.....	12
2	Generelt om projektet.....	13
2.1	Geometri og arkitektur.....	13
2.2	Praktiske termer for konstruktionen.....	14
3	Kabel og membrankonstruktioner.....	15
4	Membraner og form finding.....	17
4.1	Geometrisk ikke-linearitet.....	17
4.2	Ikke-lineære materiale egenskaber.....	19
4.3	Forspænding og Randbetingelser.....	20
4.4	Relation mellem belastning, for-spænding og krumningsradius for membraner og kabler.....	21
5	Form finding af simpel hyparflade med Rhino og SOFiSTiK.....	22
5.1	Konstruktionen overføres fra Rhino til SOFiSTiK.....	23
5.2	Ortotropt materiale i SOFiSTiK.....	24
5.3	Form finding med understøtninger langs hele randen.....	24
5.4	Form finding med randkabler.....	25
6	Model af Lethal 2.0.....	27
7	Alternative modeller.....	28
7.1	Model 1.....	28
7.2	Model 2.....	29
7.3	Model 3.....	30
8	Laster.....	31
8.1	Snelast:.....	31
8.1.1	Formfaktor μ	31
8.1.2	Formfaktor for sneophobning for vinkler over 60 grader.....	32
8.1.3	Eksponeringsfaktoren C_e	33
8.1.4	Den termiske faktor C_t	33
8.1.5	Karakteristisk terrænværdi for snelast s_k	33
8.1.6	Endelig snelast s	33
8.2	Vindlast.....	35
8.2.1	Vindkraft.....	35
8.2.2	Konstruktionsfaktoren $c_s c_d$	35

8.2.3	Terrænfaktoren.....	35
8.2.4	Peakhastighedstrykket.....	36
8.2.5	Vindlast på tagkonstruktionen.....	36
8.3	Termisk last.....	41
8.4	Nyttelast.....	42
8.5	Asymmetrisk last.....	42
8.6	Lastkombinationer.....	42
8.7	Belastning i SOFiSTiK.....	43
8.7.1	For vind.....	44
8.7.2	For sne.....	44
9	Parametri.....	45
9.1	Grasshopper modellen.....	45
9.1.1	Input.....	45
9.1.2	Generering af geometri.....	46
9.1.3	Opdeling af overfladen til lastgrupper.....	46
9.1.4	Streaming af punkter.....	46
9.1.5	Baking af endelig geometri til de rette grupper med specifikke navne	47
9.2	Lastoverførsel til SOFiSTiK.....	47
9.3	Constraints for Parametrisk model.....	48
10	Model tests.....	50
10.1	SOFiSTiKs beregningsmetode.....	50
10.1.1	Membranelementtype som benyttes.....	50
10.1.2	Kabler.....	51
10.2	Test af simple ikke lineære modeller.....	51
10.2.1	Deformation af et kabel i træk med egenlast.....	51
10.2.2	Deformation af en simpelt understøttet kvadratisk membran med isotrop forspænding.....	52
10.3	Spændingskoncentration langs kabler.....	55
10.4	Vindlast.....	57
10.5	Snelast.....	59
10.6	Spændingsdiskontinuiteter og mesh-størrelse for de endelige modeller.....	62
11	Cases.....	67
11.1	Case 1: Randkabler.....	68
11.2	Case 2: Fast rand.....	78
11.3	Case 3: Fladere konstruktion med justering af kabelradius.....	83
11.4	Case 4: Større forspænding.....	84
12	Stålkonstruktion.....	86
12.1	Stålkonstruktion og reaktioner på fundamentet for Case 1.....	87
12.2	Stålkonstruktion og reaktioner på fundamentet for Case 2.....	88

13	Designparametre for optimering og reduktion af trækraft i understøtningen.....	89
13.1	Andre forslag til optimering af konstruktionen	91
14	Detaljeringsforslag.....	91
14.1	Randkabler - hul mellem membran og facade	92
14.2	Fast rand.....	93
14.3	Hjørner	94
14.4	Mønster til fremstilling af membran.....	95
14.5	Opførsel.....	95
15	Diskussion.....	96
15.1	Forslag til videre arbejde.....	98
16	Konklusion	99
17	Perspektivering	100
18	Litteratur	101

1 INDLEDNING

1.1 INTRODUKTION

Rapporten omhandler en letvægts hal bestående af et membrantag, som bæres af en stålkonstruktion. Projektets idé udsprang af et arkitektforslag udarbejdet af Andersen og Sigurdsson Arkitekter, lysarkitekt Pia Stautz, idrætsplanlægger Thomas Allan Nielsen (DGI) og Rambøll. Arkitektforslaget er udarbejdet for Lokale og Anlægsfonden og går under navnet Lethal 2.0. Lethallen er en prisbevidst måde at forlænge udendørssæsonen til forskellige sportsgrene på, idet hallen udgør en uisoleret overdækning af et større areal, som kan benyttes til sport. Det er i denne rapport antaget, at hallen står frit i en forstad til København, da der ved projektstart ikke var en fastlagt placering af hallen og ikke var en fast aftager af projektet. Det specifikke arkitektforslag er udleveret af Rambøll, som ønsker udført en form finding og statistisk analyse af hallen.

Der er fra Rambølls side udleveret:

- Arkitektforslag for Lethal 2.0 (Findes i Appendiks L: DVD)

Projektet er interessant, idet selve konstruktionen udgør en stor del af arkitekturen, og denne form for integreret design er en af grundstenene i uddannelsen som civilingeniør i bygningsdesign. Projektet har relevans, fordi der i projektet indgår statistisk analyse og beregninger, FEM analyse, geometriske udfordringer, programmering, design og optimering af konstruktionen samt computer aided design.

1.2 PROBLEMFORMULERING

Hovedemnerne i dette speciale er specificeret i følgende problemformulering:

Kan der udføres en model af hallen parametrisk, både for geometri samt laster til brug i en form finding og statistisk analyse af membrankonstruktionen?

Hvordan bliver den endelige form af hallen?

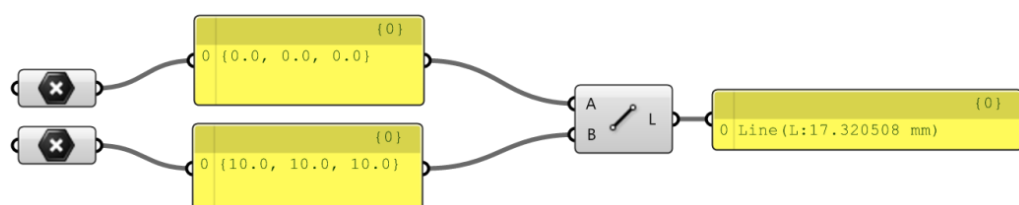
Hvor store reaktioner påvirkes fundamentet med, og hvordan kan specielt nødvendigheden for forankring optimeres?

Findes der specielle kriterier til at optimere konstruktionens form?

1.3 SOFTWARE

Den parametriske model af hallen er udført i Grasshopper 0.90014[1], som er et gratis plug-in til modelleringsprogrammet Rhinoceros 5.0[2] (Rhino) fra Robert McNeel & Associates. Grasshopper fungerer som et grafisk programmeringsmiljø, hvor man forbinder inputs med komponenter, som har præprogrammerede funktioner. F.eks. kan man

forbinde to definerede punkter med en liniekomponent, hvorefter man skaber en linie mellem de to punkter. Denne simple definition er illustreret i Figur 1-1. De gule bokse viser outputtet fra komponenten. Denne grafiske måde at programmere på, gør det lettere og hurtigere at udføre avancerede modeller uden at skulle skrive scripte, man drag/dropper principielt sin algoritme af forbundne komponenter til et script, som udfører en model.



FIGUR 1-1: ILLUSTRATION AF SIMPEL GRASSHOPPER DEFINITION TIL AT GENERERE EN LINIE UD FRA TO PUNKTER.

Grasshopper modellerer i real time, så man kan se konsekvensen af alle de komponenter, som indsættes i definitionen øjeblikkeligt i Rhino. Det betyder, at man f.eks. kan indsætte variable punkter, og kan opbygge sin model ud fra disse. Hvis man senere ændrer punkternes placering vil resten af modellen også følge med. Modellen er dermed parametrisk.

Til form finding og statisk analyse af membrantaget er benyttet det kraftige finite element analyse program SOFiSTiK v.27.10[3]. SOFiSTiK består af en række programpakker, som aktiveres ved behov og kommunikerer mellem hinanden. I denne rapport er primært anvendt pakken ASE, som er den normale finite element pakke. SOFiSTiK har et grafisk interface, men ikke alle funktioner er tilgængelige i dette, og det gør det nødvendigt at skrive en del selv. Det er valgt at benytte SOFiSTiK i opgaven ud fra en anbefaling fra vejledere, samt fordi der fandtes et direkte link til geometrioverførsel fra Rhino. De mange programpakker i SOFiSTiK og scriptingen i SOFiSTiK betyder imidlertid, at indlæringskurven for programmet er meget stejl, og at man er henvist til at benytte manualen meget. Muligheden for scripting medfører, at programmet er meget kraftigt, idet man har meget stor frihed. Der er en hjælpefunktion i SOFiSTiK, hvor man kan søge efter hjælp i manualen, som i nogle situationer har været behjælpelig. Eksempelvis hvis man kender en kommando, kan man finde dens betydning, og måden at bruge den på i hjælpefilen. Ud over Rhino, Grasshopper og SOFiSTiK er der benyttet Excel til at udføre en VBA makro til parametrisering af snelasten. Der er ydermere benyttet et lille, men ikke mindst meget kraftigt rammeprogram, kaldet Analysis for Windows V.2.04. Rammeprogrammet kan regne stålkonstruktioner efter Eurocode 3 og er benyttet til beregninger af konstruktionen, som holder membranen. Derudover er der udført håndberegninger i MathCAD 14 til tjeks og mindre beregninger.

1.4 METODE

Det blev valgt at udføre konstruktionen parametrisk på baggrund af, at lethallen ikke havde en egentlig fast geografisk placering eller en endelig størrelse ved projektstart, og fordi en meget vigtig del af projektforslaget er baseret på multifunktionalitet og konfigurationsfrihed. Parametrien betyder, at hallens form og dimension kan ændres og beregnes igen meget hurtigt, i stedet for at lave en enkelt dimensionering af hallen. En enkelt dimensionering er meget begrænsende, fordi det er tidskrævende at udarbejde en ny dimensionering, hvis geometrien ændres. Parametrien betyder også, at resultaterne og modellerne i denne rapport kan benyttes i det videre arbejde med den endelige dimensionering og detaljering af hallen.

Der blev udført en testmodel af en simpel hyparflade i Rhino for at lære finite element programmet SOFiSTiK at kende og for at lære form finding af membraner. Denne blev undersøgt inden den større og mere komplekse konstruktion skulle analyseres.

Efterfølgende blev der udarbejdet en parametrisk model af membrantaget i Grasshopper, som kunne overføres til finite element analyse programmet SOFiSTiK, hvor membrantagets form blev fundet. Ligeledes blev der udarbejdet en parametrisk model af lasterne, som følger geometrien af taget. Denne blev udarbejdet i Grasshopper og Excel og kunne let indføres i SOFiSTiK, så hallen kunne beregnes statistisk. Det viste sig undertiden, at modellen for Lethal 2.0 var urealistisk, således blev den kasseret og en undersøgelse af yderligere modeller blev udført, inden en endelig konstruktion blev valgt og gjort parametrisk for både geometri og last. Herefter blev der udført cases, hvor parametrien blev benyttet til at undersøge randbetingelser og ændringer i geometriens indvirken på konstruktionen. Endeligt blev stålkonstruktionen analyseret og designparametre blev udviklet for optimering af konstruktionen i forhold til prisen af byggeriet. Optimeringskriteriet var at minimere den trækraft, som skal forankres, således at funderingen bliver så billig som mulig.

1.5 MÅL

Målet med opgaven har været at undersøge membrankonstruktionen og lære denne type konstruktion bedre at kende, idet det er en konstruktionstype, der ikke er en stor del af pensum i studiet til civilingeniør. Det er ønsket at undersøge lige præcis denne konstruktion for at hjælpe Rambøll med et forprojekt til udførelsen af den endelige lethal. Herunder er det ønsket at finde designparametre til statistisk forbedring af designet, som ofte leder til bedre økonomi for projektet.

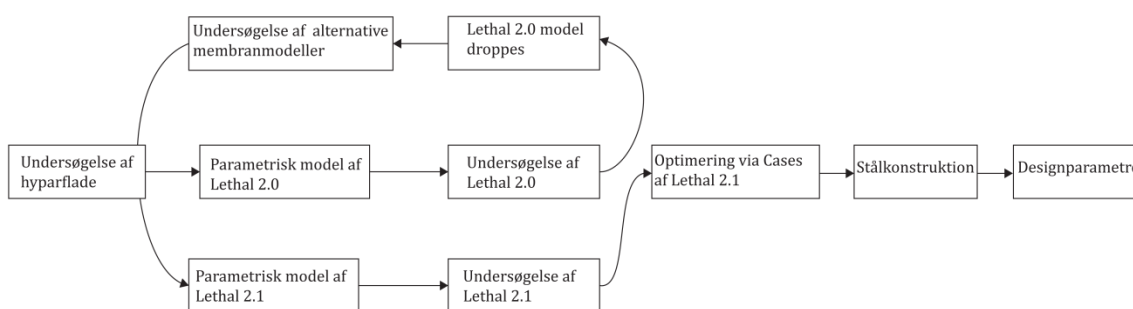
Derudover er det ønsket, fra forfatterens side, at blive bedre til at udføre parametriske konstruktioner, idet der er en stor fremtid inden for dette felt, specielt ved masseproduktion af ensartede konstruktionstyper. Det er derfor relevant at forbedre sine evner til at

bruge et parametrisk værktøj som Grasshopper og forstå tankegangen ved parametriske konstruktioner.

Ydermere er det ønsket at lære et nyt finite element program at kende, fordi brugen af denne type programmer, i den seneste årrække, er steget i industrien. Det er derfor vigtigt at have kompetencer inden for brugen af denne type software, samt generelle kompetencer til indlæring og brug af helt ny software.

1.6 PROCES

Store dele af processen i dette projekt er forløbet som en iterativ proces, hvor tilgangen til specielt SOFiSTiK har været meget præget af "learning by doing" princippet, idet hjælp til dette program har været mindre tilgængelig. Processen har været iterativ, idet den model som initialt var tænkt benyttet, viste sig som værende urealistisk statisk. Derfor måtte der udføres undersøgelser af andre geometrier for at finde en passende model. Netop den parametriske model af membranen, og brugen af denne i cases til optimering af geometrien for membran og stålkonstruktion, viser at hele processen har været præget af en iterativ tilgang til projektet. Processen er visualiseret i diagrammet i Figur 1-2. Rapporten er derfor ikke opbygget kronologisk, fordi processen ikke har været kronologisk.



FIGUR 1-2: DIAGRAM OVER PROCESSEN I SPECIALET

2 GENERELT OM PROJEKTET

2.1 GEOMETRI OG ARKITEKTUR

Lethal 2.0 udgøres af en membrankonstruktion bestående af sammensatte hyparformer. Membranen spænder over et rektangulært område, og det overdækkede rum er flankeret af arkader i stål, som understøtter membranen. Visionen med projektet er at skabe en konstruktion, der kan konfigureres til forskellige proportioner alt efter placering. Derfor er der ikke en endelig størrelse på det overdækkede rum. I denne projekt er der taget udgangspunkt i en geometri, som dækker et område på 30m x 52m og med en højde af arkadestrukturerne på ca. 11m. På Figur 2-1 ses en visualisering af designforslaget fra Andersen og Sigurdsson Arkitekter. På trods af designforslaget viser en lukket konstruktion, hvor membranen er fastspændt til arkadestrukturerne, er det valgt også at undersøge konstruktionen med randkabler, da dette også ofte benyttes i membrankonstruktioner. Arkadestrukturerne består af runde stålprofiler sammensat i moduler af en konfiguration af trekanter. Modulet går igen på langs af hallens side. Konfigurationen af et arkademodul kan ses af Figur 2-2.

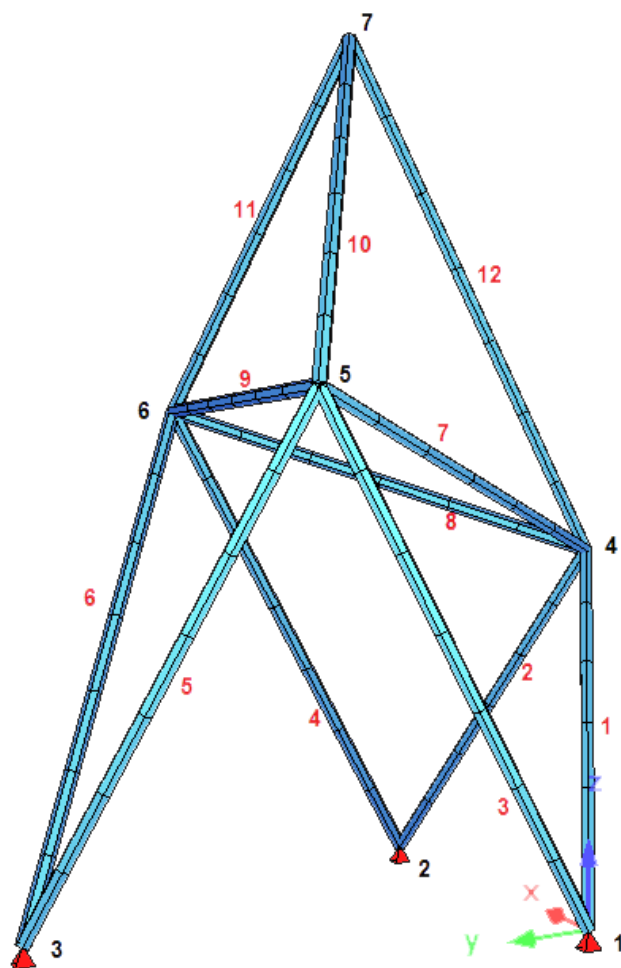


FIGUR 2-1: DESIGNFORSLAG FRA ANDERSEN & SIGURDSSON ARKITEKTER

2.2 PRAKTISKE TERMER FOR KONSTRUKTIONEN

I Figur 2-2 er indført numre på knuder med sort og elementer med rødt. Membranen er understøttet i knuderne 5, 6 og 7 samt langs stængerne 10 og 11, når den har fast indspændt rand. Knuderne 5 og 6 vil ofte blive refereret til gennem rapporten som de lave punkter eller lave understøtninger, og knuderne 7 vil blive omtalt som de høje punkter eller høje understøtninger. Ydermere vil stængerne 10 og 11 blive refereret til som den faste rand, trekkanterne eller trekkanternes ben.

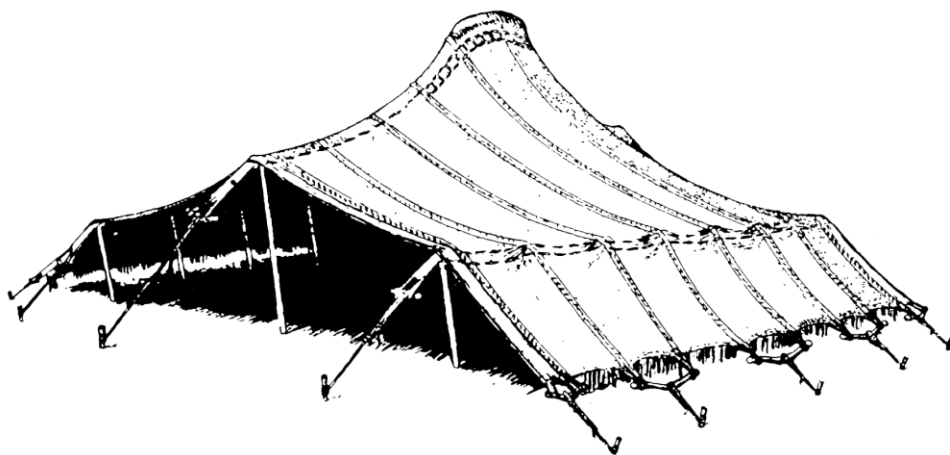
Membranen vil oftest være afbilledet i en perspektivisk afbildning eller fra oven. Når der i rapporten refereres til endefladerne er det ensbetydende med den yderste flade i hver ende af membranen.



FIGUR 2-2: ARKADEKONFIGURATION MED STANG- OG KNUDENUMRE

3 KABEL OG MEMBRANKONSTRUKTIONER

Membraner og kabler er meget fleksible konstruktionstyper med meget lav egenvægt. De optager kræfter primært i form af træk og ved deformationer. Disse typer konstruktioner er meget gamle og kan dateres langt tilbage i tiden, hvor de første membrankonstruktioner i mindre skala findes som letvægtskonstruktioner i form af telte. Disse blev typisk brugt af nomadiske folk, som havde brug for lette flytbare konstruktioner. Et eksempel er det arabiske black tent, som består af trykstænger, der holder en membran oppe mens kabler og ankere i form af pæle sørger for at spænde membranen ud.



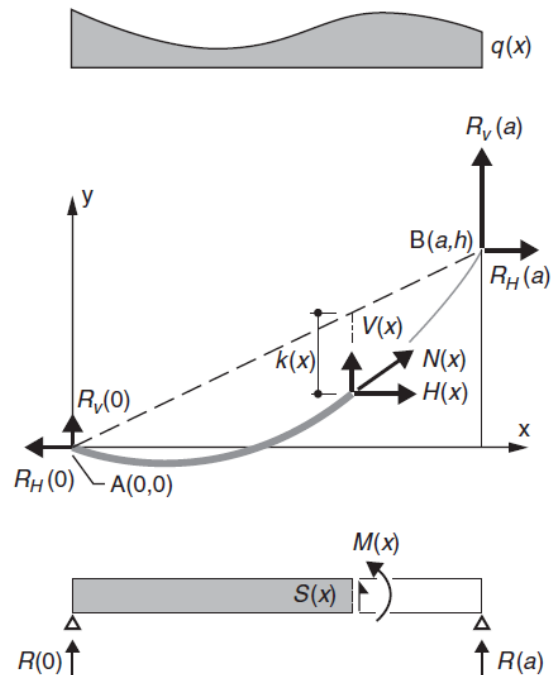
FIGUR 3-1: ARABISK BLACK TENT [4]

Kablet har i mere end 4.000 år været brugt til konstruktioner med lange spænd og ikke mindst hængebroer, hvor de tidligste er fundet i Himalaya. Senere og ikke mindst i det 20. århundrede har kablet primært været benyttet til store bro konstruktioner som hængebroer og skrånstagsbroer [4].

Kablet som konstruktivt element er yderst effektivt. Ved at optage kræfter i rent træk i stedet for bøjning, som man kender det fra bjælker, kan man nøjes med langt mindre dimensioner og dermed langt mindre materialeforbrug. I Gimsing og Georgakis 2012 [5] har man lavet en sammenligning af en simpelt understøttet I-bjælke og et kabel, begge med et spænd på 30 m, og en jævnt fordelt last på 27 kN/m. For at bære lasten skal bjælken have en bjælkehøjde på 1 m, mens kablet kan nøjes med 50 mm i diameter med 3 m deformation på midten. Vægtmæssigt vil bjælken veje 8,2 tons, mens kablet kun vil veje 0,4 ton. Ud fra denne sammenligning ligner kablet det logiske valg, hvis man har plads til deformationer. Det er imidlertid ikke det fulde billede, da kablet ikke direkte kan understøtte f.eks. et dæk, som skal være plant. Kablet kan dog med fordel benyttes i en membrankonstruktion, som ikke er plan. Et andet minus ved kablet er understøtningsbetingelserne, fordi kablet optager kræfter i træk vil der være en stor horisontal reaktion ved understøtningerne, som skal optages. Som det også er tilfældet for Lethal 2.0, er kablerne ofte placeret i en højde over jorden, og den horisontale last fra kablets forspænding og belastning skal optages.

Dette kan f.eks. gøres ved at lave forankring i jorden, som man kender det fra hængebroer. En bjælke vil derimod kun have lodrette reaktioner for lodret belastning og er lettere og billigere at understøtte, specielt ved små spænd. Dette er også grunden til, at kabelkonstruktioner sjældent ses i andre tilfælde end for broer med lange spænd. En anden grund er den store nedbøjning, som kablet skal have for at minimere den horisontale last mest muligt.

Når man analyserer kabler, kan man med fordel antage, at kablet opfører sig 100 % fleksiblet og kun kan optage kræfter. Ved denne antagelse bliver kablets belastede form identisk med kædelinien. Det betyder, at ligevægten for et kabel, som vist i Figur 3-2, kan sammenlignes med en bjælke og bliver derfor:



FIGUR 3-2: KRÆFTER OG REAKTIONER PÅ HHV. ET KABEL OG EN BJÆLKE MED SAMME SPÆND OG LAST [5]

$$\begin{aligned} R_H(0) &= R_H(a) = H(x) \\ R_V(0) &= R(0) - H(h/a) \\ R_V(a) &= R(a) + H(h/a) \\ V(x) &= S(x) + H(h/a) \end{aligned}$$

$$N(x) = \sqrt{H(x)^2 + V(x)^2} = H \sqrt{\left(\frac{S(x)}{H} + \frac{h}{a}\right)^2 + 1} \quad (3-1)$$

Kurven for kablet kan bestemmes af:

$$y = -\frac{M(x)}{h} + \frac{h}{a} \quad (3-2)$$

Kablets pilhøjde har sammenhængen med momentet og den horisontale kraft, som følger:

$$k(x) = M(x)/H \quad \mathbf{(3-3)}$$

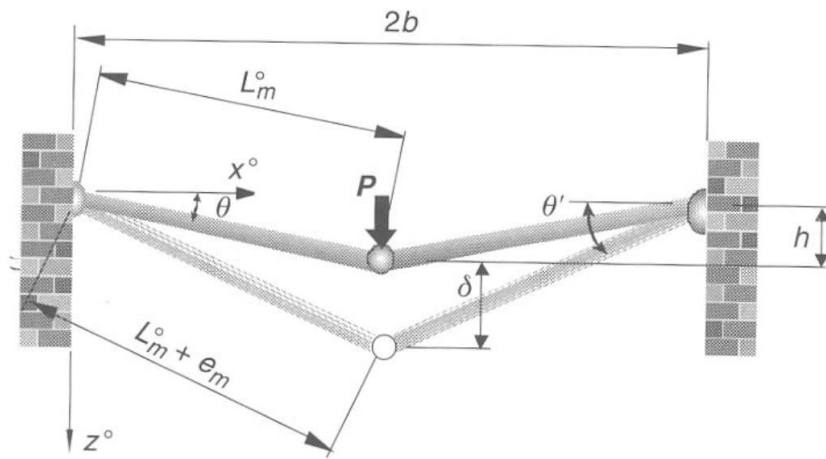
Det ses, at pilhøjden for kablet er inverst proportional med den horisontale kraft og proportional med momentet, som igen er proportional med belastningen [5].

4 MEMBRANER OG FORM FINDING

For at konstruere en membrankonstruktion, er man nødt til at udføre en form finding af membranen, idet det er en konstruktionstype, som har meget store deformationer i forhold til almindelige bjælke/søjlekonstruktioner, der oftest regnes lineært elastiske. Det skyldes primært, at en membran ikke optager kraftpåvirkning ved bøjning, men i rent træk ved at deformere. Den opnår ydermere stivhed ved at have stor krumning. De store deformationer gør, at man ikke umiddelbart kender den primære form af membranen, når den er belastet af kun sin egenlast. Derudover ændrer membranen form fra dens naturlige form, når den belastes yderligere med f.eks. Sne eller vind. Man kan sige, at en membran har en meget ærlig form, fordi den finder sin ligevægt alt efter belastning, randbetingelser og forspænding. Membraner er ikke simpelt matematisk definerede i deres form under kompleks belastning. Derfor er en form finding af membranen vigtig. Herudover skal der tages højde for de store deformationer, og det ønskes også at kende den endelige form af membranen og dermed arkitekturen af bygningen. Disse store deformationer tages i regning ved at regne geometrisk ikke-lineært på konstruktionen [6].

4.1 GEOMETRISK IKKE-LINEARITET

Da trækkonstruktioner giver anledning til store deformationer benyttes ofte geometrisk ikke-lineær metode til løsning af denne type konstruktioner. Det benyttes ligeledes i SOFiSTiK i dette projekt. Geometrisk ikke-linearitet er ikke forbeholdt forspændte trækkonstruktioner, men bruges også for andre typer konstruktioner med store deformationer. Et eksempel på en sådan konstruktion kan være et simpelt understøttet stangsystem med lineært elastiske stænger med et charnier i midten som illustreret i Figur 4-1.



FIGUR 4-1: GEOMETRISK IKKE-LINEÆRT SYSTEM [7]

I Figur 4-1 angiver L_m^0 længden af hver stang i den udeformede tilstand, mens $L_m^0 + e_m$ er den deformede længde, P er en lodret kraft i centerpunktet.

Betragtes lodret ligevægt for systemet bliver denne:

$$P = 2Ke_m \sin(\theta') \quad (4-1)$$

Hvor $K = \frac{EA}{L_m}$, udtrykker stivheden af de to stænger, hvor E angiver Youngs modulus og A er tværsnitsarealet.

Ved omskrivningen:

$$\sin(\theta') = \sqrt{\frac{(L_m^0 + e_m)^2 - b^2}{L_m^0 + e_m}} \quad (4-2)$$

Fås nu:

$$P = 2Ke_m \sqrt{\frac{(L_m^0 + e_m)^2 - b^2}{L_m^0 + e_m}} \quad (4-3)$$

Dette resultat kan yderligere omskrives til:

$$P = 2K \left(\delta + h - \frac{L_m^0(\delta + h)}{\sqrt{(\delta + h)^2 + b^2}} \right) \quad (4-4)$$

Resultatet i ligning (4-4) viser, at relationen mellem flytningen δ og kraften P er ikke-lineær. Andenordensleddet bliver meget lille ved små flytninger ligesom ved bjælke/søjlekonstruktioner, og man vil negligere dette led og dermed bliver relationen lineær. Dette er dog ikke tilfældet

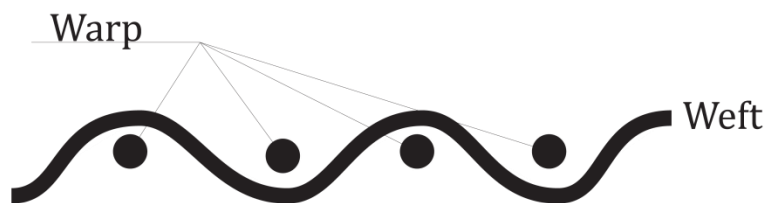
i membrankonstruktioner, og man benytter derfor den fulde ikke-lineære relation og løser den ofte med software [7].

4.2 IKKE-LINEÆRE MATERIALE EGENSKABER

Selve membranen har typisk en antiklastisk form, som er en dobbeltkrum form, som f.eks. en hyperformet eller saddelformet overflade. Dette medfører, at membranen bærer i to retninger, hhv. warp og weft retningen. Disse to retninger udgør en hængende retning og en opad buet retning: Den hængende retning vil tage f.eks. snelast, mens den buende retning vil tage last i form af f.eks. opad rettet sug fra vind.

Membraner adskiller sig fra de normalt anvendte byggematerialer som stål og beton ved ikke at være et lineært elastisk materiale. Det betyder, at forholdet mellem spænding og tøjning af materialet ikke opfører sig lineært. Det har konsekvenser i form af, at hvis man f.eks. fordobler den spænding (eller kraften), som materialet er påvirket af, resulterer det ikke nødvendigvis i en fordobling af tøjningen i materialet. Tøjningen kan både være mindre eller større, og dermed opfører materialet sig ikke lineært.

Den specielle vævning, der benyttes til at fremstille membranen, betyder at materialet ydermere opfører sig forskelligt, når det belastes i forskellig retning. De to retninger kaldes for warp og weft i membrankonstruktioner. I warp retningen er trådene udspændt i et plan og er dermed helt lige. Weft retningen snor sig mellem de lige tråde i weft retningen, se Figur 4-2. Det medfører, at warp retningen vil optage spændinger straks, når denne retning bliver belastet, mens weft retningen vil gennemgå en udstrækning, inden den kan optage spændinger. Hvis begge retninger derimod belastes samtidig, vil de påvirke hinanden indbyrdes [6].



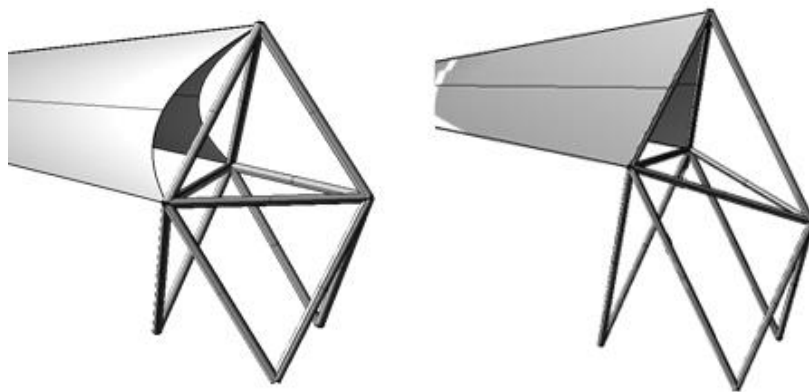
FIGUR 4-2: SNIT GENNEM MEMBRAN ILLUSTRERER WARP OG WEFT VÆVNINGEN

Disse materialeegenskaber kræver meget tunge beregninger, og derfor vil man i mange tilfælde ty til en lineært tilnærmet model. Det er også tilfældet i dette projekt, hvor der benyttes lineære materialer sammen med geometrisk ikke-lineære statiske beregninger.

4.3 FORSPÆNDING OG RANDBETINGELSER

Forspændingen af membranen giver ekstra stivhed, idet det giver yderligere kraft i de to krumningsretninger, som afholder hinanden fra at deformere. Forspændingen skal udgøre en fin balancegang. Den skal være tilstrækkelig stor til at sikre, at der ikke sker for store deformationer. Men den skal også være i en størrelsesorden, så den ikke resulterer i et alt for stort træk i forhold til fundamentet størrelse og pris. Samtidig skal den være lille nok til, at det er let at udføre konstruktionen, når den skal udføres i praksis, men stadig sikre der ikke opstår folder i membranen. Desuden er det vigtigt, at membranen har tilstrækkelig forspænding og korrekt geometri til at krumningen ikke pludselig forsvinder eller går i modsat retning. Dette kan ske som følge af f.eks. snelast, fænomenet kaldes ponding, og betyder at der dannes en fordybning, hvor sne kan samles med selvforstærkende effekt [6]. Ponding kan medføre kollaps af konstruktionen, så dette fænomen skal undgås i designet af konstruktionen.

For en membrankonstruktion er randbetingelserne, og den måde membranen er understøttet på, vigtige for den måde membranen kommer til at se ud på. Forskellige randbetingelser giver altså membranen forskellig form. De to typiske randbetingelser er, at man har indspændt membranen langs randen eller har et randkabel, som er understøttet i to endepunkter. Der findes selvfølgelig variationer af disse grundbetingelser som f.eks., at randkablet er sat fast i en række punkter langs kanten og dermed danner en rand med flere bueformer.



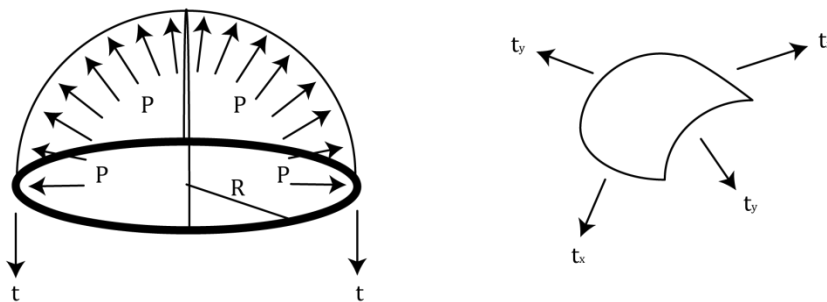
FIGUR 4-3: UNDERSTØTNINGER, TH: KABEL LANGS RAND, TV: FAST INDSPÆNDT RAND

For at undersøge en større konstruktion, er det en fordel, at have styr på de randbetingelser, som man benytter eller kunne tænkes at benytte. I dette tilfælde, hvor lethallens tag er relativt stort og har en kompleks form, er det nærliggende, at fiktivt skære et simplificeret stykke af den ønskede form fri af membranen, og undersøge dette med forskellige randbetingelser. Af en sådan analyse kan man så få en fornemmelse af, hvordan en membrankonstruktion virker og deformerer med forskellige randbetingelser og forspænding og senere vurdere, om resultaterne er fornuftige, når man har overført randbetingelser og forspænding til den faktiske konstruktion, som man ønsker at

undersøge. Man kan ligeledes tjekke sit input i den form finding software, der benyttes, hvis membranen er udformet simpelt nok, idet man kan se, om den deformerer på en logisk måde under belastning med forskellige randbetingelser.

4.4 RELATION MELLEM BELASTNING, FORSPÆNDING OG KRUMNINGSRADIUS FOR MEMBRANER OG KABLER.

Kræfterne i en membran er simple at udlede, hvis man har at gøre med en simpel form. Eksempelvis kan der betragtes en cirkulært understøttet sfærisk membran, som er påvirket af et konstant tryk.



FIGUR 4-4: CIRKULÆRT UNDERSTØTTET SFÆRISK MEMBRAN MED INTERNT TRYK OG ET ARBITRÆRT STYKKE AF MEMBRANEN MED FORSPÆNDINGSRETNINGER

Betragtes et arbitrært stykke af membranen (Figur 4-4), vil det have krumning i 2 retninger, og der findes ligevægt, hvis følgende er opfyldt:

$$P = \frac{t_x}{R_x} + \frac{t_y}{R_y} \quad (4-5)$$

Hvor P er den jævnt fordelte belastning på membranstykket, t_x hhv. t_y er forspændingen i x og y -retningen, og R_x hhv. R_y udgør krumningsradius i de to retninger.

Der er en direkte relation til kablet fra den ovenforstående relation. Denne udtrykker relationen mellem forspændingen i kablet, forspændingen i membranen og kablets radius som følger:

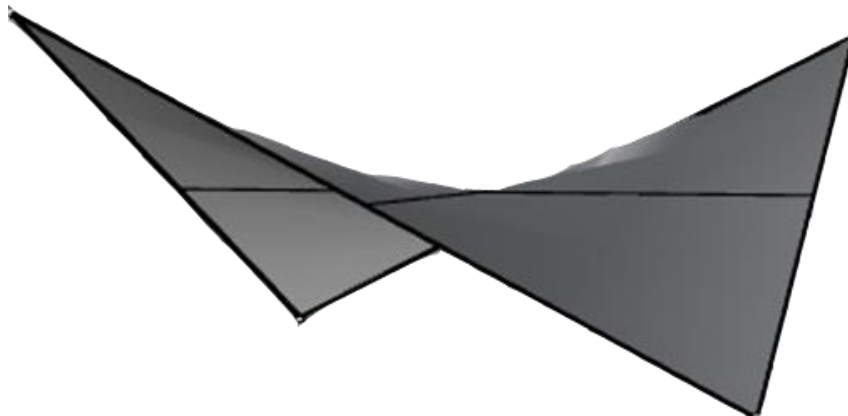
$$p = n \cdot r \quad (4-6)$$

Hvor p er forspændingen i kablets lokale x -retning, n er belastningen på kablet(membranens forspænding) og r er kablets krumningsradius.

Disse relationer kan man med fordel benytte, hvis man ønsker en specifik radius på sit randkabel, eller til at undersøge, hvor stor radius bliver ved forskellig forspænding af membran og kabel [8].

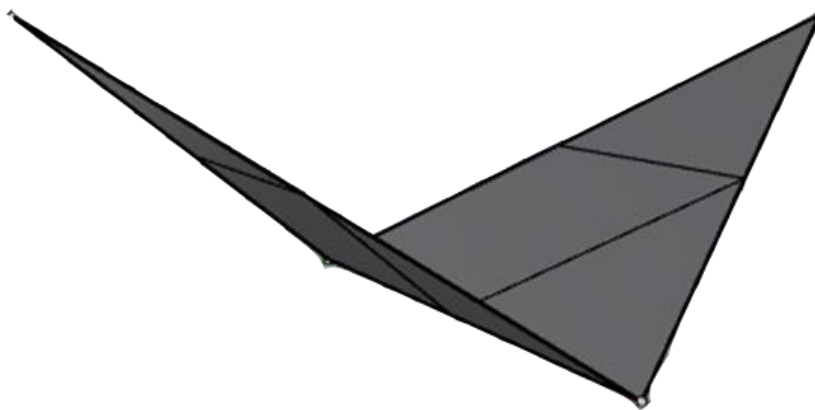
5 FORM FINDING AF SIMPEL HYPARFLADE MED RHINO OG SOFiSTiK

En kendt form til at lave test af form finding og randbetingelser er en simpel hyperformet flade. Der er i dette tilfælde benyttet en flade, som dækker et kvadrat i xy-planen med 10 m sidelængde. Herefter er to af hjørnepunkterne diagonalt hævet 5 m i højden (z-aksen), og man har nu en hyperformet flade som illustreret i Figur 5-1.



FIGUR 5-1: SIMPEL HYPARFLADE

Fladen er modelleret i Rhino alene, uden brug af Grasshopper, da testfladen er simpel og ikke kræver parametriske ændringer. Denne flade vil blive benyttet i det følgende til at teste forskellige scripts udført i SOFiSTiKs text editor (Teddy), for at lave selve form findingen af membranen. Det er ikke muligt i SOFiSTiKs grafiske interface at udføre form finding af membraner, og derfor er man nødt til selv at kalde de programmer og parametre, som skal benyttes til form findingen, ved hjælp af Teddy. Den hyperformede flade skabt i Rhino, vil ikke have den form, som den er givet i Rhino, hvis man producerede den og hang den op i virkeligheden. Det skyldes, at der skal tages højde for belastninger og egenvægt af materialet samt forspændingen og randbetingelserne for membranen. Når disse parametre er kendt, kan man finde en endelig form af membranfladen, og dermed arkitekturen af den samlede konstruktion. En nyttig egenskab, som følger af nødvendigheden for form findingen, er, at man i Rhino kan modellere sin flade af planer (Figur 5-2), hvorefter SOFiSTiK selv genererer den endelige form af konstruktionen i formfindingen. Dette kan gøre en evt. manuel meshing af systemet lettere. F.eks. hvis man har et meget simpelt system, og man ønsker et specifikt mesh, kan man let selv indtaste koordinaterne til meshet. I dette projekt benyttes den automatiske meshing i SOFiSTiK, da konstruktionen er mere kompleks.



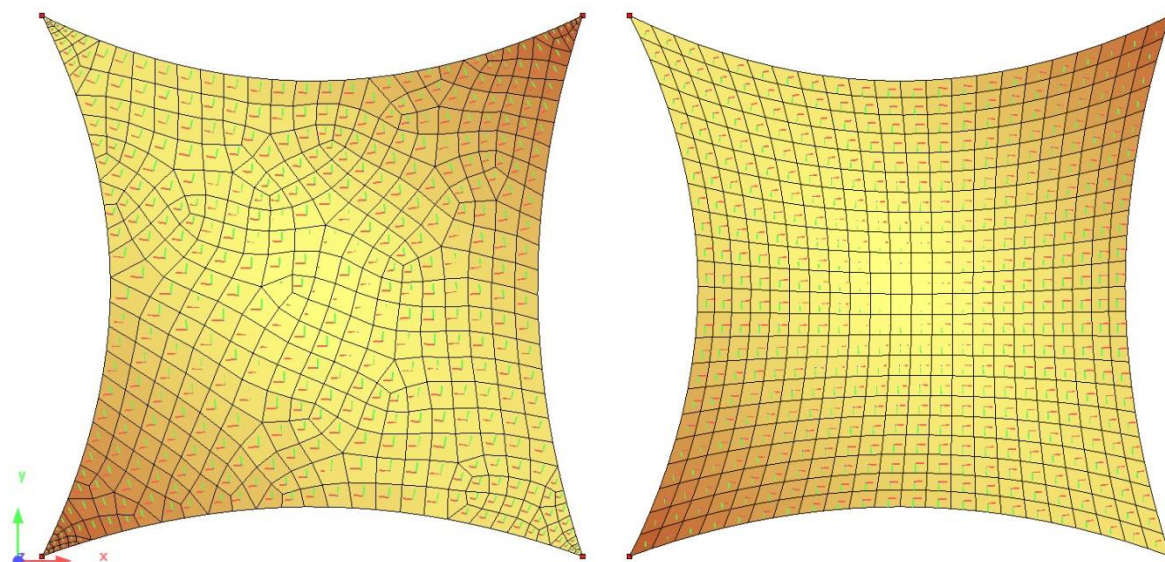
FIGUR 5-2: SIMPEL HYPARFLADE (INDEN FORMFINDING) MODELLERET AF PLANER

5.1 KONSTRUKTIONEN OVERFØRES FRA RHINO TIL SOFiSTiK

For at få Rhino modellen ind i SOFiSTiK, benyttes et plug-in udviklet af SOFiSTiK, som linker Rhino modellen til en SOFiSTiK database. Dette plug-in er indbygget i den seneste version af SOFiSTiK og installeres automatisk i Rhino, når SOFiSTiK installeres. Dette link gør det muligt at definere et materiale og et tværsnit i den tilknyttede SOFiSTiK database og så tildele elementer konstruktionsegenskaber allerede i Rhino. Man kan f.eks. lave et elastisk orthotrop materiale i SOFiSTiK, og derefter tildele dette til membranen i Rhino. Det gøres ved at vælge membranen og fortælle Rhino, at det er en structural surface under elementets properties. Herefter kan man definere de ønskede egenskaber for elementet. Der kan ligeledes udføres understøtninger i Rhino ved at give f.eks. linier og punkter konstruktionsmæssige egenskaber, uden de har et materiale. Ydermere kan meshet styres direkte i Rhino, hvis man f.eks. ønsker et mesh, der følger hovedlinierne i konstruktionen. Dette er specielt vigtigt i forbindelse med membraner, fordi det er vigtigt at kende det lokale koordinatsystem for elementerne, da membraner er orthotrope og har forskellige materialegenskaber i forskellige retninger. Styring af hvilken type konstruktion man arbejder med sker også i Rhino, da man også styrer stivheds kriterierne for det emne, der arbejdes med. En membran sættes f.eks. til kun at kunne tage normalkraft uden bøjning og rotationer i planen. For Rhino modellen er det vigtigt, at de forskellige felter i membranen er defineret i samme retning, idet man ellers får en model, som har forskellige lokale koordinatsystemer i den endelige SOFiSTiK model. Når alle konstruktive elementer er tildelt egenskaber eksporteres modellen til SOFiSTiK. I denne eksport defineres meshtypen (Quad elements for membrankonstruktionen i dette tilfælde) og densiteten af meshet.

5.2 ORTOTROPT MATERIALE I SOFiSTiK

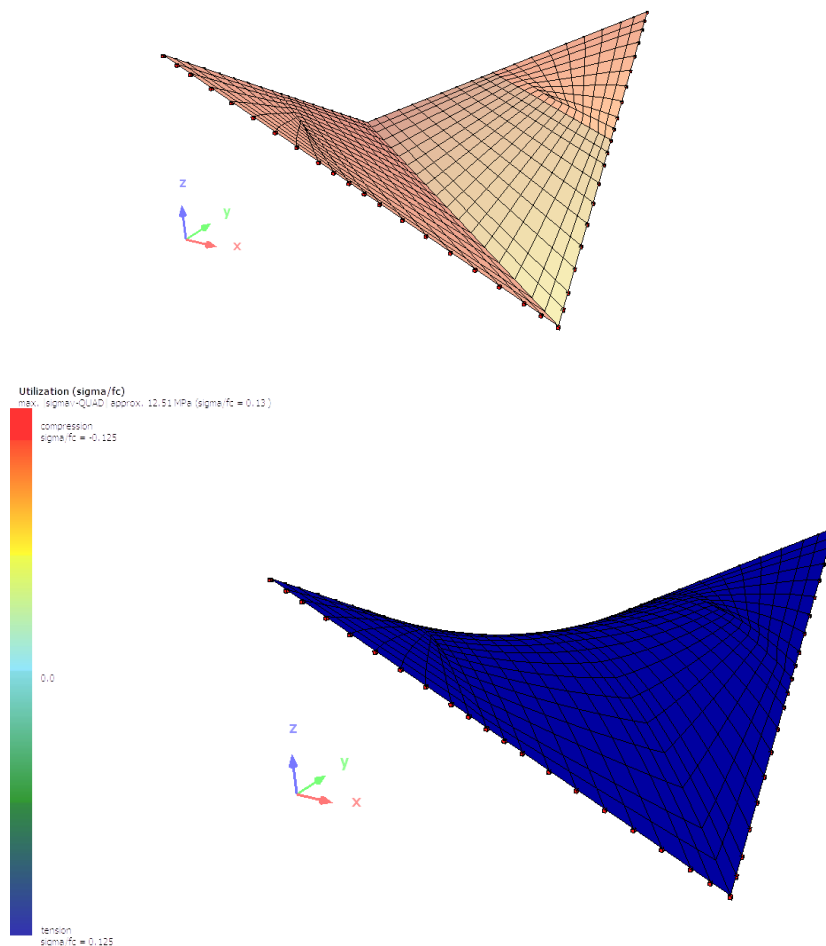
Membraner er orthotrope med forskelligt E-modul i de to retninger warp og weft. Derfor skal man sørge for, at koordinatsystemet for elementerne følger disse retninger under modelleringen, idet membranen ellers ikke vil blive beregnet efter hensigten. I Rhino kan warp retningen f.eks. modelleres til at følge den lokale x-koordinat af elementet i membranen. Weft retningen er således bestemt ud af y-aksen [9]. Dette kan let gøres i mesh overførslen fra Rhino, ved at fortælle membranen under dens structural properties og koordinatsystem, at den skal have in-plane orientation som Pos. Global X. Det ses ydermere af Figur 5-3 nedenfor, hvad et tilvalg i regulær meshing gør for membranen i stedet for en automatisk meshing af den simple hyperformede flade.



FIGUR 5-3: TV: UDEN REGULÆR MESHING OG MED STANDARD KOORDINATSYSTEM ORIENTERET EFTER ISO-LINIER, TH: MED REGULÆR MESHING OG MED KOORDINATSYSTEM EFTER GLOBAL X-RETNING AF SYSTEMET

5.3 FORM FINDING MED UNDERSTØTNINGER LANGS HELE RANDEN

Når konstruktionen har understøtninger langs hele randen findes initialformen ved, at man modellerer membranen til ikke at have nogen stivhed ved at multiplicere en meget lav stivhedsfaktor på membranen. Herefter angives den ønskede forspænding af membranen i lokal x- og lokal y-retning af elementerne i meshet. Man fortæller desuden SOFiSTiK, at systemet skal analyseres i ASE pakken efter tredjeordens teori, da det er på denne måde form finding udføres i SOFiSTiK [9].



FIGUR 5-4: HYPARFLADE MED FAST INDSPÆNDT RAND FØR OG EFTER FORM FINDING

5.4 FORM FINDING MED RANDKABLER

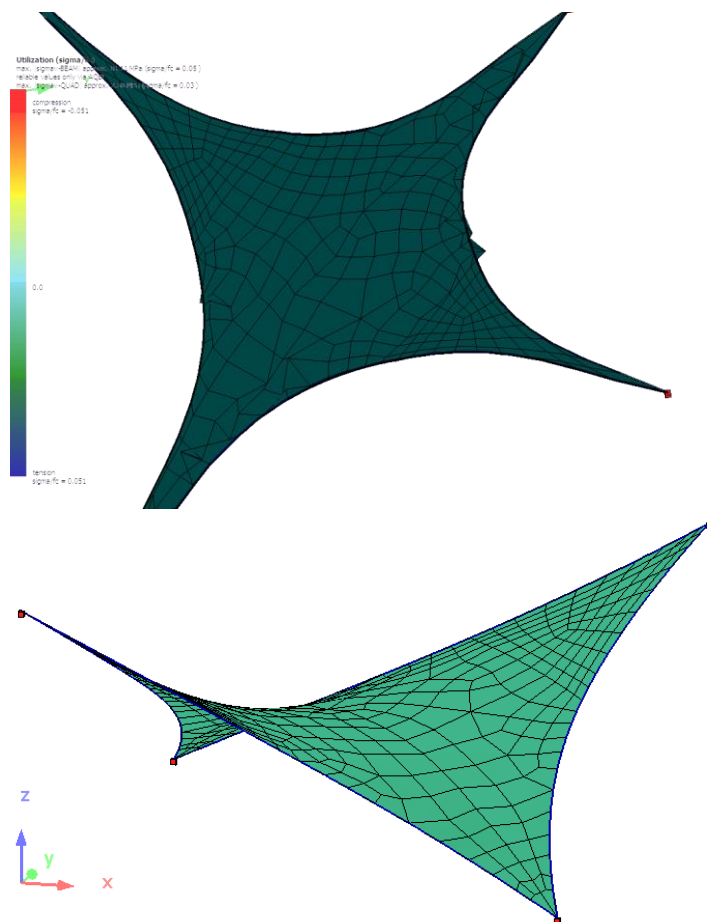
Der er 2 metoder til at udføre form finding af membranen i SOFiSTiK, når konstruktionen har randkabler:

1. Membranen indstilles til stort set ikke at have nogen stivhed, præcis som tilfældet hvor membranen har fast understøtning langs randen, mens randkablerne gives fuld stivhed samt en initialudbøjning for derefter at lade systemet finde sin ligevægt.
2. Membranen indstilles til, stort set ikke at have nogen stivhed. Man starter med helt lige randkabler, men giver dem en meget lav stivhed, og lader membranen trække dem på plads.

SOFiSTiK input til Metode 1 er benyttet i cases 1-4 senere i rapporten, og inputtet kan desuden ses af Appendiks K.

Metode 1 er iflg. SOFiSTiK ASE manualen[9] at foretrække, idet metode 2 ikke altid giver brugbare resultater, da elementerne kan blive

forvrængede i processen (Figur 5-5). Imidlertid kan metode 2 godt bruges til at få en indikation af, hvilken retning og hvor stor radius kablerne får med den angivne forspænding, hvis man er i tvivl om disse. Denne indikation kan så benyttes til metode 1 for at finde den korrekte form.

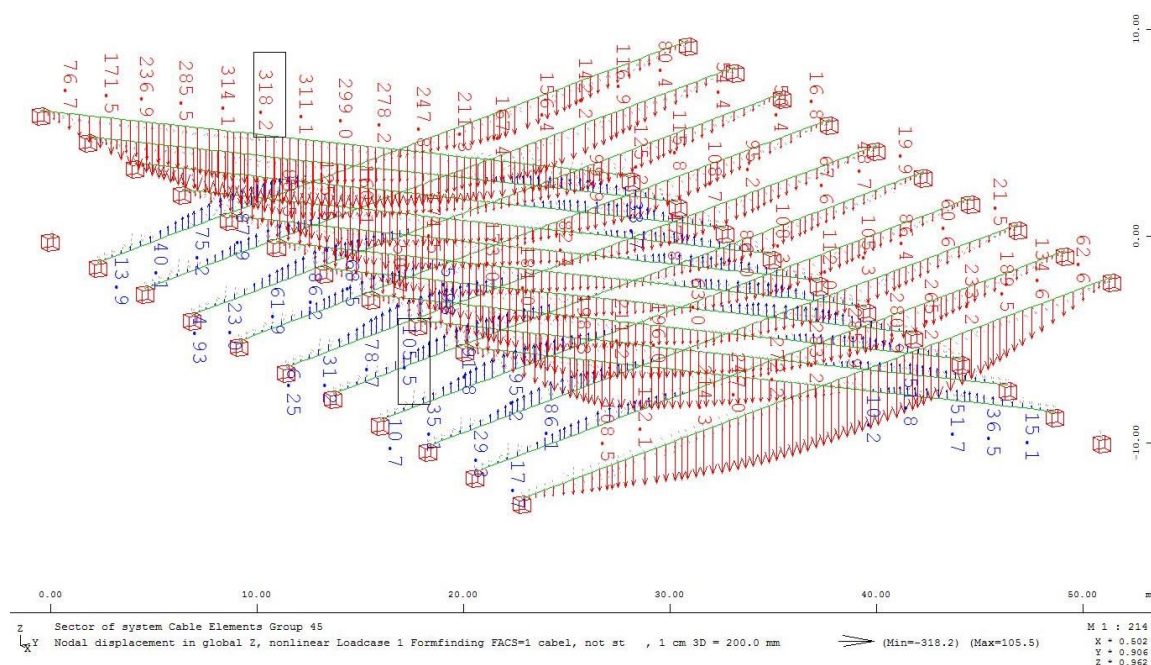


FIGUR 5-5: MODELLER POST FORM FINDING. ØVERST: MODEL MED MEGET LAV STIVHED I ALLE ELEMENTER OG FORVRÆNGEDE ELEMENTER, NEDERST: MODEL MED FULD STIVHED AF KABLER MEN LAV STIVHED AF MEMBRANEN.

6 MODEL AF LETHAL 2.0

Den første parametriske model af hallen blev udført med meget retlinede kabler fra høje punkter til lave punkter for at følge arkitektens vision om skarpt foldede kanter i membranen, som det kan ses af Figur 2-1. Der var naturligvis nogle forbehold for denne konstruktions effektivitet i kraft af de meget retlinede kabler, som skulle benyttes for at opnå det meget foldede udtryk af membranen. Det blev alligevel valgt at udføre konstruktionen således og udføre vind og snelaster parametriske efter denne model, da den tilsyneladende godt kunne lade sig gøre.

Men efter modellen var færdiggjort, og der blev foretaget analyser af konstruktionen og håndberegninger til at understøtte modellen, viste det sig for alle kabler, at der i den laveste ende af dem var en opadrettet deformation. Dette kan ses af Figur 6-1. Deformationen skyldes den 3 dimensionale virkning af forspændingen i membranen, som medførte et opadrettet træk i kablerne i den lave ende og et nedadrettet træk i den høje ende som følge af membranens form.



FIGUR 6-1: DEFORMATION AF KABLER UNDER BELASTNING MED EGENVÆGT OG FORSPÆNDING (PERSPEKTIVISK AFBILDNING AF KABLERNE)

Denne deformation er særdeles uønskelig for formen og stabiliteten af membranen. Deformationen giver anledning til en endnu større nødvendig forspænding af kablerne, end det først var antaget. Forspændingen skal være op mod 200kN for at opveje denne deformation. De ca. 200kN i forspænding var kun for modellen uden anden belastning end forspænding. Dette gør modellen rimeligt uholdbar, idet denne kraft også skal ledes til fundament. Betragtes relationen i ligning (4-6) er det da også logisk at forspændingen skal

være meget stor, idet et retlinet kabel har en krumningsradius, som er uendeligt stor. Derfor vil den forspænding, som kræves for at holde kablet udstrakt, også være uendeligt stor.

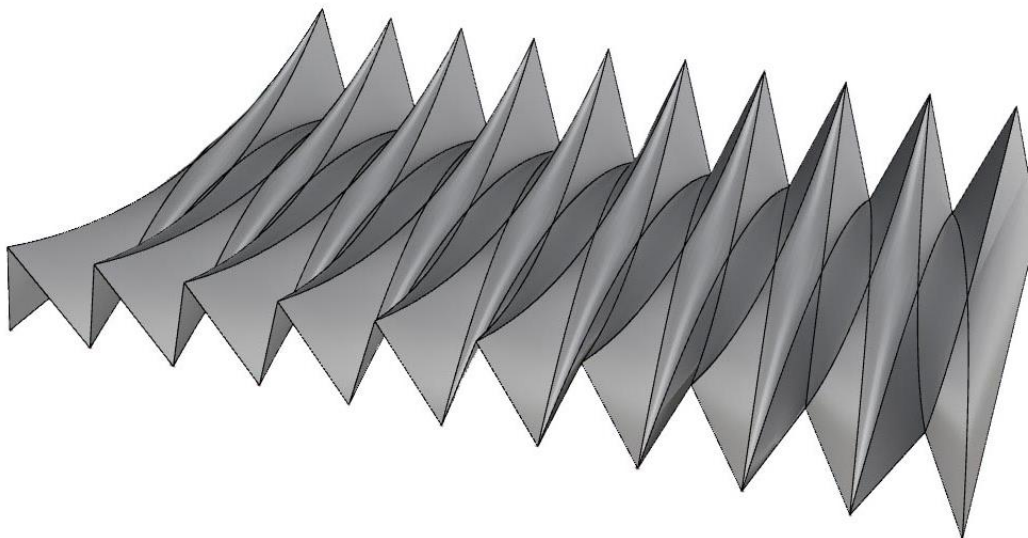
Modellen var på det tidspunkt helt færdig som parametrisk model og i princippet klar til at blive benyttet. Men den måtte kasseres, og der måtte laves en ny med en ændret geometri.

7 ALTERNATIVE MODELLER

Da det blev klart at modellen med de meget retlinede kabler fra høje til lave punkter ikke fungerede godt konstruktivt, også selvom der blev introduceret en meget større deformeret tilstand, blev flere alternative modeller undersøgt og testet i en form finding, for at finde en bedre model at gå videre med. Modellerne blev udført med samme konstruktionsparametre og dimensioner som den tidligere model, men med en del større krumning på kablerne.

7.1 MODEL 1

Model 1 har skrå krydsede kabler fra høj til høj og lav til lav. Modellen er illustreret i Figur 7-1.



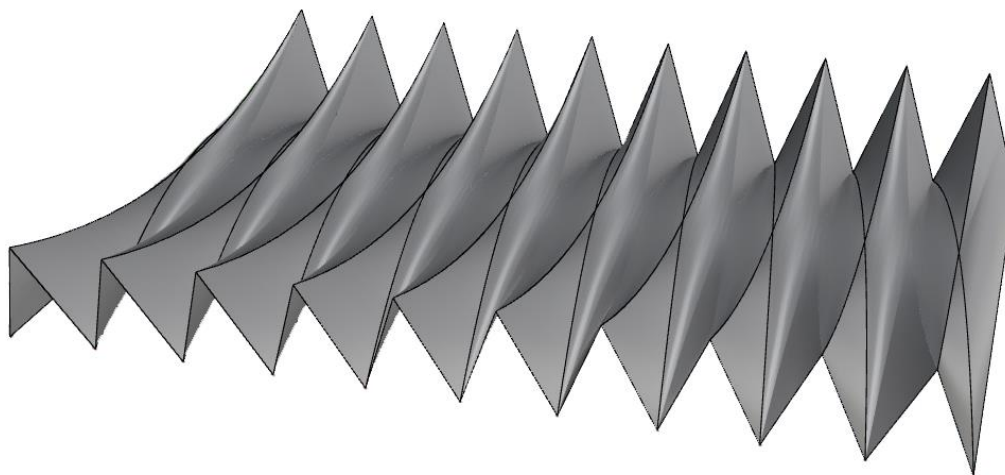
FIGUR 7-1: MODEL 1 MED KRYDSEDE HØJ TIL HØJ, LAV TIL LAV KABLER

Denne model stemmer efter form finding godt med den overordnede arkitektur. Den har god krumning og forspændingen, som er nødvendig for at holde formen, og den er lav for de enkelte kabler. Forpændingen i kablerne ligger på 23kN pr. styk uden anden belastning end egenvægt. Modellen har imidlertid visse svagheder. De skrå krydsende kabler giver anledning til en noget besværlig proces, når man skal opføre taget, hvor man skal forspænde kabler, som krydser hinanden på hver sin side af membranen. Kablerne skal desuden have en lomme at løbe i på membranens overflade og bliver dermed meget synlige. Kablerne

skaber nogle underlige flader i enderne og også de rombeformede flader mellem højt og lavt punkt får en knap så æstetisk form. De krydsende kabler giver nogle modeltekniske problemer, når form findingen gennemføres, idet overfladen får nogle meget lange spidse elementer, hvilket ikke er optimalt for finite element form findingen, som laver advarsler, fordi elementerne bliver vredet i stykker under deformationen. Dette er dog et andet aspekt, som vil kunne løses med flere og mindre elementer. Mindre elementer vil dog gøre beregningstiden længere og mere besværlig for SOFiSTiK.

7.2 MODEL 2

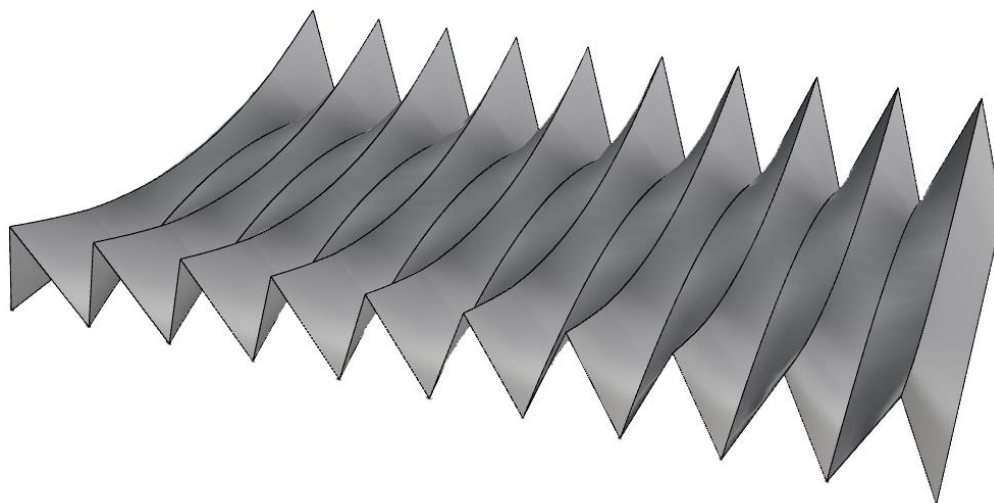
Denne model har samme konfiguration som Model 1, men med færre kabler, idet hvert andet sæt er blevet fjernet. Model 2 har samme problemer som Model 1 med krydsede kabler, som er meget synlige og forstyrrende for formen. De rombeformede flader er dog eliminerede. Modellen bruger færre kabler, men til gengæld skal de have en større spænding for at holde formen, ca. dobbelt så stor forspænding som for Model 1 er påkrævet. Model 2 kan ses af Figur 7-2.



FIGUR 7-2: MODEL 2 FÆRRE KABLER, STADIG MED KRYDSEDE KABLER

7.3 MODEL 3

I Model 3 er de krydsende kabler udeladt, og i stedet løber kablerne nu parallelt mellem punkter høj-høj og lav-lav. Det kan ses af Figur 7-3 nedenfor.



FIGUR 7-3: MODEL 3 INGEN KRYDSKABLER

Denne model minder mest om en klassisk "ridge and valley" type konstruktion, og de krydsede kabler er nu væk. Det skaber mere ro i konstruktionen, og dens virkemåde er lettere at gennemskue. Endefladerne er mere optimale og passer langt bedre sammen med resten af konstruktionen, hvilket er en løsning på et problem, som var til stede i hele processen. Endefladerne får ved denne konfiguration en dobbeltkrumning og kan fungere bedre konstruktivt i modsætning til det første arkitektforslag, hvor denne flade var trekantet og derfor plan med dårlige konstruktive egenskaber. Model 3 fungerer også langt bedre beregningsmæssigt. Den nødvendige forspænding er nogenlunde identisk med de to foregående modeller og ligger på omkring 25kN for høj-høj kablerne og ca. 20 kN for lav-lav kablerne. Da Model 3 fungerer bedst af de undersøgte modeller, vil derfor være denne model der arbejdes videre med. Den vil udgøre den nye lethal, kaldet Lethal 2.1.

8 LASTER

Den initialt benyttede konstruktion, Lethal 2.0, med de meget retlinede kabler krævede omfattende lastkonfiguration, grundet den store vinkelvariation over taget. Lastafsnittet er udført for Lethal 2.0, men Lethal 2.1 med "ridge and valley" kompositionen kan imidlertid godt bruge de udførte undersøgelser for den tidligere konstruktion, dog med en anderledes fordeling. Derfor vil intervallerne gå helt ned til 0° , idet Lethal 2.0 skulle bruge dette interval.

8.1 SNELAST:

Snelasten regnes efter Eurocode 1 Del 1-3 Snelast [10]. Membrantaget kan lettest sammenlignes med et trugformet tag eller et shedtag. Snelasten skal regnes for to tilfælde: jævnt fordelt last og omfordelt last.

For vedvarende last, eller det midlertidige dimensioneringstilfælde, er snelasten defineret som:

$$s = \mu_i C_e C_t S_k \quad (8-1)$$

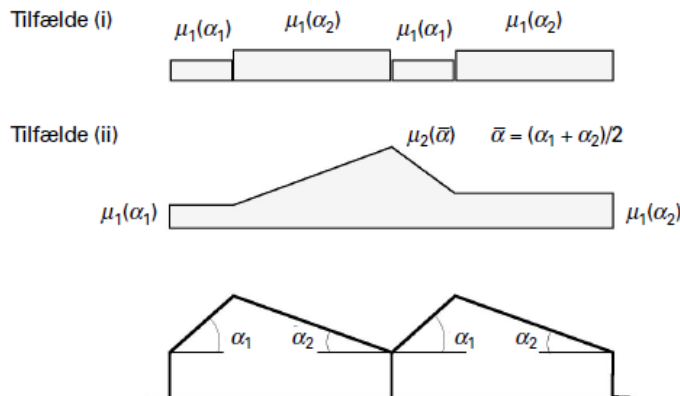
8.1.1 FORMFAKTOR μ

Formfaktoren μ for snelast er angivet nedenfor i Tabel 8-1.

Taghældning α	$0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$	$30^\circ < \alpha < 60^\circ$	$\alpha \geq 60^\circ$
μ_1	0,8	$0,8(60 - \alpha)/30$	0,0
μ_2	$0,8 + 0,8 \alpha/30$	1,6	--

TABEL 8-1: FORMFAKTORER FOR FORSKELLIGE TAGHÆLDNINGER TABEL 5,2 EC 1-3 SNELAST [10]

Den normale formfaktor for snelast på trugformede tage ses af Figur 8-1 nedenfor. Dette er dog kun gyldigt, hvis tagets hældning α er under 60 grader.



FIGUR 8-1: FORMFAKTOR FOR SNELAST FOR TRUGFORMEDE TAGE [10]

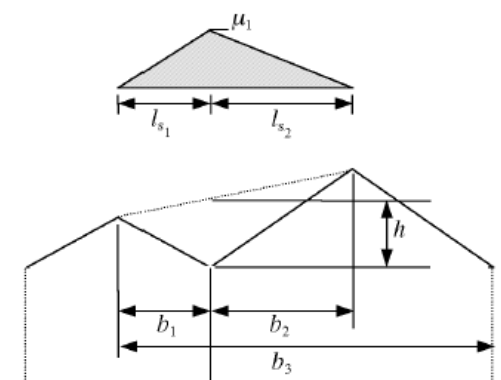
For Lethallens shedtag vil der derfor skulle laves en zoneopdeling for snelasten, som vil afhænge af hældningen på taget. Vinklerne α for lethallen vil altid være symmetrisk identiske hen over taget, og derfor

kan der laves zoner med forskellig last inden for de angivne intervaller i Tabel 8-1. De to lasttilfælde i Figur 8-1 slås sammen til ét lasttilfælde, hvor værdier for μ_1 benyttes for pulttagsdelene i enderne, og værdier for μ_2 benyttes for alle trug mellem endefladerne. Samtidig benyttes vinkelvariationen hen over taget for begge formfaktorer.

Da det er et shedtag, vil der kunne opstå en ophobning mellem tagryggene for vinkler større end 60 grader, og her benyttes formfaktoren for sneophobning. Da taghældningen varierer laves intervaller, i hvilke formfaktoren varierer lineært. Der udregnes tillige formfaktorer for endepunkterne i intervallerne, fordi SOFiSTiK selv kan interpolere lineært mellem to forskellige laster, hvis man benytter free area loads.

8.1.2 FORMFAKTOR FOR SNEOPHOBNING FOR VINKLER OVER 60 GRADER

For trugformede tage med hældning på over 60 grader benyttes det nationale annek B i Eurocode 1 Del:1-3 Snelast [10]. Formfaktoren for trugformede tage, der kan være udsat for sneophobning, regnes ud fra Figur 8-2 nedenfor.



FIGUR 8-2: SNEOPHOBNING FOR TRUGFORMEDE TAGE MED HÆLDNING OVER 60 GRADER. ANNEKS B EC 1-3 SNELAST [10]

Formfaktoren fra Figur 8-2 regnes som den mindste af følgende værdier:

$$\mu_1 = 2h/s_k$$

$$\mu_1 = 2b_3/(l_{s1} + l_{s2})$$

$$\mu_1 = 5$$

Og ophobningslængderne bestemmes som:

$$l_{s1} = b_1, l_{s2} = b_2,$$

I dette tilfælde vil disse længder være identiske og have et forhold med $b_3 = 3b$. Hvis vi ydermere antager, at højden på tagkonstruktionen ikke

bliver mindre end 2m i højden (arkitektforslaget var 4,4m, og et mindre tal er mere konservativt), så kan den ovenfor stående formfaktor udregnes som:

$$\mu_1 = \text{Min} \left[2 \cdot \frac{2m}{0,9kN/m^2}, 2 \cdot \frac{3b}{(1b + 1b)}, 5 \right] = 3$$

Den modificerede formfaktor for taget kan ses af Tabel 8-2, og den benyttes i μ_2 for hældninger over 60 grader, idet der vil ske en ophobning i dalene for konstruktionen, da sneen ikke rucher af.

Taghældning α	$0^\circ \leq \alpha < 30^\circ$	$30^\circ < \alpha < 60^\circ$	$\alpha \geq 60^\circ$
μ_1	0,8	0,8 - 0	0,0
μ_2	0,8-1,6	1,6	3

TABEL 8-2: MODIFICEREDE FORMFAKTORER FOR SHEDTAG

8.1.3 EKSPONERINGSFAKTOREN C_E

Det antages, at byggeriet står i et normalt topografisk område og derfor er eksponeringsfaktoren:

$$C_e = 1,0$$

8.1.4 DEN TERMISKE FAKTOR C_T

Den termiske faktor sættes til standard værdien:

$$C_t = 1,0$$

8.1.5 KARAKTERISTISK TERRÆNVÆRDI FOR SNELAST S_K

Den karakteristiske terrænværdi regnes ud fra den geografiske placering af bygningen, og det antages, at bygningen skal ligge på Sjælland i københavnsområdet. Dermed bliver den karakteristiske terrænværdi [11]:

$$s_k = 0,9kN/m^2$$

8.1.6 ENDELIG SNELAST S

Den endelige snelast for intervalendepunkterne kan nu beregnes som:

$$s = \mu_i C_e C_t s_k = \mu_i 0,9kN/m^2$$

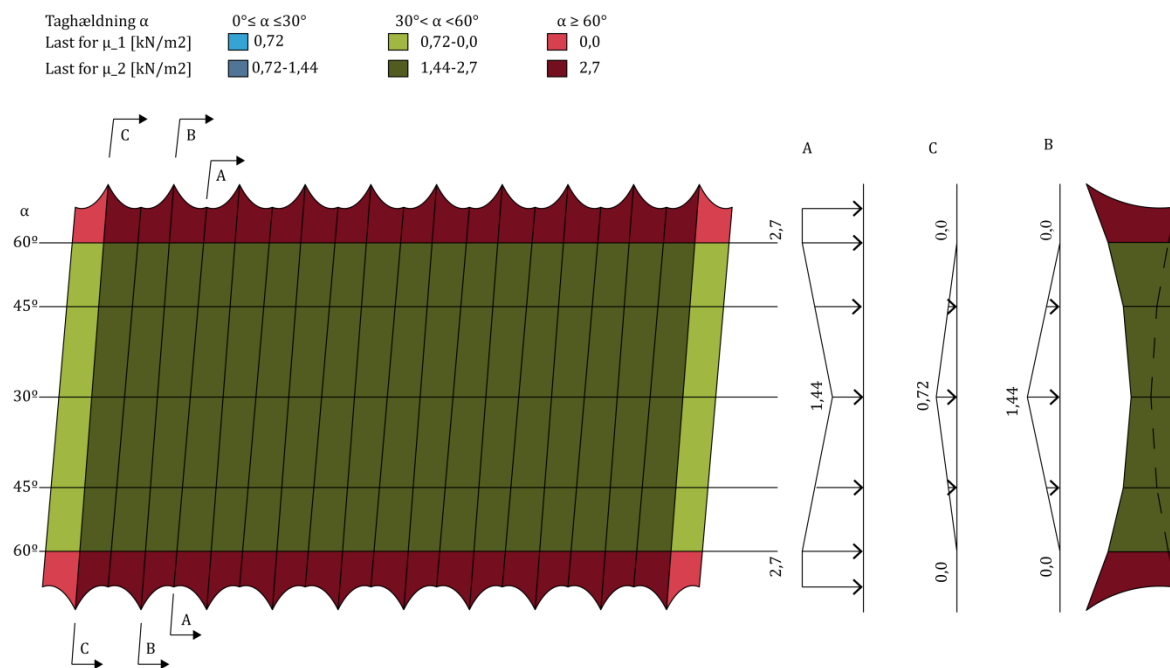
Denne last kan påføres formfaktoren fra Tabel 8-2 for at finde lasterne, der skal påføres konstruktionen i de forskellige intervalendepunkter. Lasterne er angivet nedenfor i Tabel 8-3.

Taghældning α	$0^\circ \leq \alpha < 30^\circ$	$30^\circ < \alpha < 60^\circ$	$\alpha \geq 60^\circ$
Last for μ_1 [kN/m ²]	0,72	0,72 - 0	0,0
Last for μ_2 [kN/m ²]	0,72-1,44	1,44-2,70	2,70

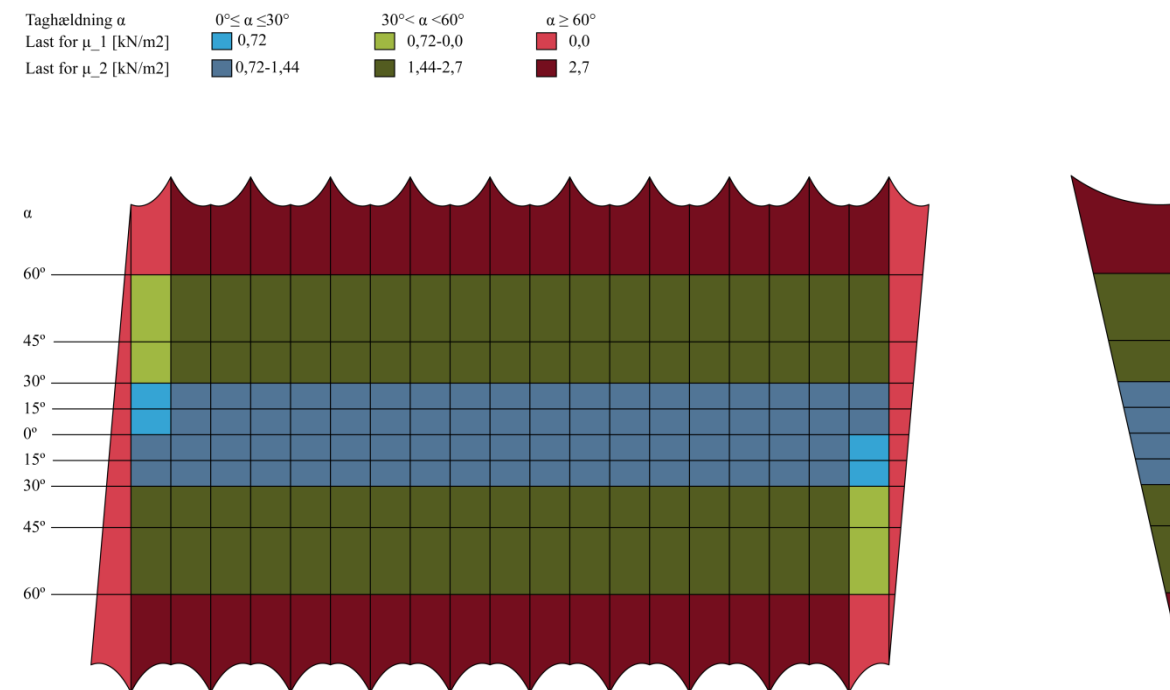
TABEL 8-3: LAST FOR DE FORSKELLIGE ENDEPUNKTER

Den endelige snelast er illustreret i Figur 8-3. Af figuren kan zoneopdeling af membranen efter vinkelvariationen ses, ydermere kan

det ses af snittene, hvordan lasten varierer hen over taget. Modellen for Lethal 2.0 kan ses af Figur 8-4, og det ses at fordelingen var noget mere kompleks for denne.



FIGUR 8-3: SNELASTEN PÅ MEMBRANEN, ZONEOPDELT EFTER LASTSTØRRELSE, SNIT ILLUSTRERER VARIATIONEN AF LASTEN HEN OVER TAGET



FIGUR 8-4: SNELASTFORDELINGEN PÅ MEMBRANEN FOR LETHAL 2.0. FORDELINGEN VAR MERE KOMPLEKS END FOR LETHAL 2.1.

8.2 VINDLAST

Den karakteristiske vindlast regnes efter Eurocode 1 Del:1-4 Vindlast [12]. Da lethallen antages at skulle stå i en forstad til København, vil den således være placeret i et nogenlunde tæt bebygget fladt område. Når man har med vindlast i byer at gøre, er det vigtigt at tage højde for, at vindstød kan være stærkt varierende og kan have højturbulente strømninger, som påvirker konstruktionen med peak belastninger. Tagkonstruktionen i denne opgave er ikke velbeskrevet i Eurocodes, og hvis man måtte ønske præcise resultater af vindens påvirkning, ville man være nødsaget til at lave vindtunnelforsøg på bygningen og dens omgivelser. Da det går ud over målet med dette projekt at lave vindtunnelforsøg og simuleringer, er det nødvendigt at lave nogle antagelser. Tagkonstruktionen antages derfor at være tilnærmet et shedtag, da det er denne form taget ligger tættest på.

8.2.1 VINDKRAFT

Vindkraften pr. areal regnes som:

$$F_w = c_s c_d c_f q_p(z_e)$$

hvor $c_s c_d$ er konstruktionsfaktoren, c_f er kraftformfaktoren, $q_p(z_e)$ er peakhastighedstrykket i referencehøjden z_e .

8.2.2 KONSTRUKTIONSAKTOREN $c_s c_d$

Denne faktor antages til at være 1,0 da bygningen er mindre end 15 m høj. Dette er den anbefalede værdi i Eurocode [12]:

$$c_s c_d = 1,0$$

8.2.3 TERRÆNFAKTOREN

Terrænfaktoren defineres ved:

$$k_r = 0,19 \left(\frac{z_0}{z_{0,II}} \right)^{0,07}$$

hvor $z_{0,II} = 0,05m$ for terrænkategori II, ruhedslængden z_0 defineres ud fra terrænkategorien, og lethallen antages at stå i terrænkategori III i en forstad til København. z_0 bliver derfor 0,3m, og k_r kan regnes til:

$$k_r = 0,19 \left(\frac{0,3m}{0,05m} \right)^{0,07} = 0,215$$

8.2.4 PEAKHASTIGHEDSTRYKKET

Peakhastighedstrykket giver trykket på bygningen afhængigt af bygningshøjden. Den er beskrevet for orografifaktor $c_0 = 1$ og turbulensfaktor $k_1 = 1$ (disse er angivet til anbefalet værdi) ved:

$$q_p(z) = \left(1 + \frac{7}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)}\right) \frac{1}{2} \rho \left(v_b k_r \ln\left(\frac{z}{z_0}\right)\right)^2$$

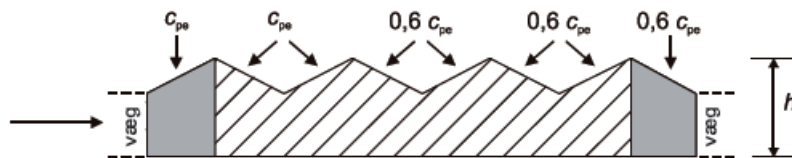
hvor z er bygningshøjden, z_0 er ruhedslængden, ρ er luftens densitet ($1,25\text{kg/m}^3$), v_b er basisvindhastigheden (27m/s) [11] og k_r er terrænfaktoren.

Hvis bygningen vælges som værende $z = 11\text{ m}$ høj findes trykket til:

$$q_p(11\text{m}) = 0,807\text{kN/m}^2$$

8.2.5 VINDLAST PÅ TAGKONSTRUKTIONEN

Formfaktoren c_{pe} for taget er angivet nedenfor i Figur 8-5, hvor de grå dele regnes som pulntag, og de resterende dele regnes som et trugtag.



FIGUR 8-5: c_{pe} FOR SHEDTAGE [12]

De to endeflader i hver sin ende af taget (illustreret med grå i Figur 8-5) vil typisk ligge mellem 45 og 75 graders vinkel med vandret. Ved en samlet højde af tagryggen på ca. 5 m, og en bredde af et arkademodul på 5,2m, vil det resultere i en vinkel α på 63 grader. Derfor benyttes værdier for endefladerne som de mest konservative i intervallet 45 til 75 grader for $\theta=90^\circ$. Formfaktorer for et pulntag er angivet nedenfor i Figur 8-6. Men den første del af shedtaget vil også være en del af dette pulntag, og derfor er vinkelintervallet regnet for $\theta=0^\circ$ og 180° . Når man nærmer sig nul grader i intervallet, kan vinden skifte mellem tryk og sug. Men ved næsten ingen hældning, vil den største last primært være sug, så her er værdien for sug benyttet. Zone H er ikke benyttet i endefladerne for at få en mere forsimplet model, og der benyttes værdier for zoner F og G i stedet. Hvis zone H skulle medregnes ville endefladerne skulle underopdeles yderligere, og modellen ville blive endnu mere kompleks end den er i forvejen. Zone H er derfor udeladt i endeflader.

Formfaktorerne for de to endeflader er angivet i Tabel 8-4.

Hældningsvinkelinterval for α	Zone for vindretning $\theta=0^\circ$			Zone for vindretning $\theta=180^\circ$		
	F	G	H	F	G	H
	$C_{pe,10}$	$C_{pe,10}$	$C_{pe,10}$	$C_{pe,10}$	$C_{pe,10}$	$C_{pe,10}$
$0^\circ(5^\circ) \leq \alpha \leq 15^\circ$	-1,7	-1,2	-0,6	-2,5	-1,3	-0,9
$15^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$	+0,7	+0,7	+0,4	-2,5	-1,3	-0,9
$30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$	+0,7	+0,7	+0,6	-1,1	-0,8	-0,8
$45^\circ \leq \alpha \leq 75^\circ$	+0,8	+0,8	+0,8	-0,6	-0,5	-0,7

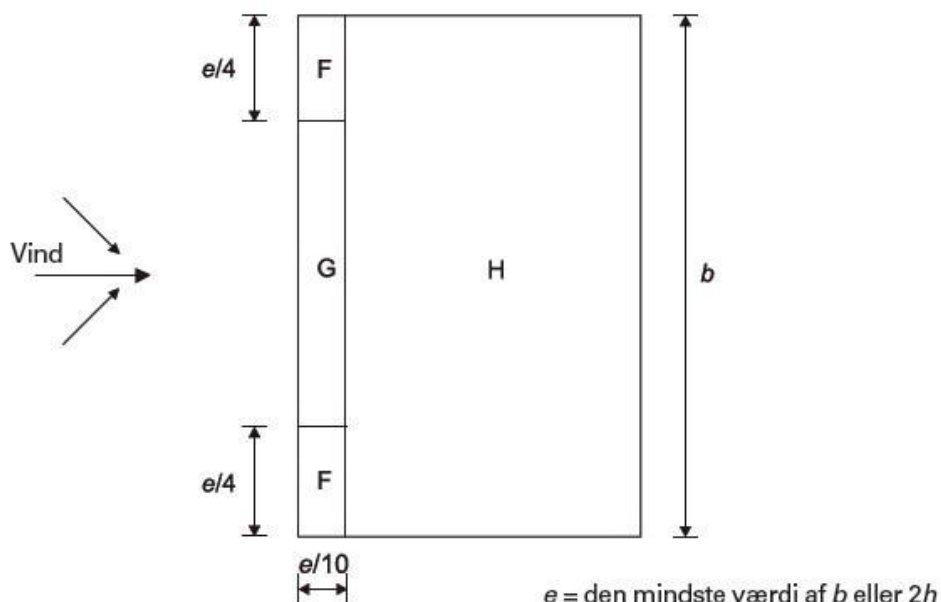
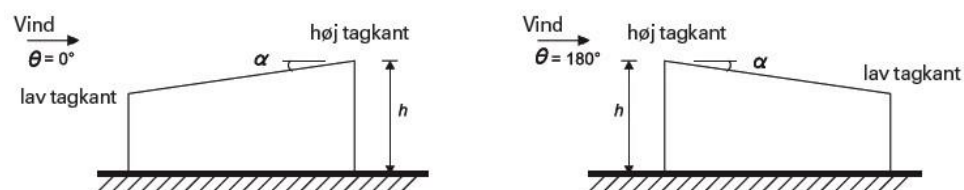
Hældningsvinkelinterval for α	Zone for vindretning $\theta=90^\circ$				
	F_{up}	F_{low}	G	H	I
	$C_{pe,10}$	$C_{pe,10}$	$C_{pe,10}$	$C_{pe,10}$	$C_{pe,10}$
$45^\circ \leq \alpha \leq 75^\circ$	-1,5	-1,3	-1,4	-1,0	-0,9

TABEL 8-4: FORMFAKTORER FOR PULTTAG [12]

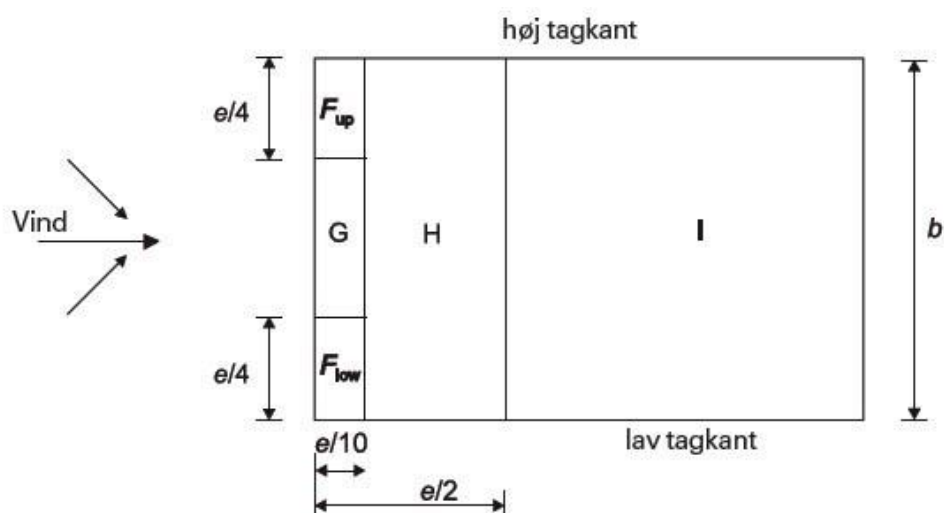
Den resterende del af taget behandles som et skråtstillet shedtag, hvor der lægges linier ind mellem hhv. toppunkter og lavpunkter, således der dannes et regulært shedtag, som er skråtstillet. Pga. hældningsvariationen lægges zoner ind som varierer i intervallerne $[0^\circ; -15^\circ]$, $]-15^\circ; -30^\circ]$ og $]-30^\circ; -75^\circ]$. For disse zoner benyttes den mest konservative værdi i intervallet. For ikke at have alt for mange zoner, og fordi der ikke er kantzoner, er det valgt kun at benytte zonerne H og I til hhv. Luv og læ side når vinden står i $\theta=0^\circ$ og 180° på bygningen. Dog med værdier af I som J fra Eurocode tabel 7.4A [12], da disse er mest konservative. Formfaktorerne for zonerne kan ses af Tabel 8-5.

Hældningsvinkelinterval for α	Zone for vindretning $\theta=0^\circ$ og 180°	
	H	I
	$C_{pe,10}$	$C_{pe,10}$
$]-30^\circ; -75^\circ]$	-0,8	-1
$]-15^\circ; -30^\circ]$	-0,8	-0,8
$[0^\circ; -15^\circ]$	-0,9	-0,7

TABEL 8-5: FORMFAKTORER FOR TRUGTAG [12]



(b) vindretning $\theta = 0^\circ$ og $\theta = 180^\circ$ b : dimension på tværs af vinden



(c) vindretning $\theta = 90^\circ$

FIGUR 8-6: FORMFAKTORZONER FOR PULTTAG [12]

Den endelige last på taget for vind fra $\theta=0^\circ$ og 180° er udregnet i Tabel 8-6, Tabel 8-7 og Tabel 8-8 som ses nedenfor. Lasten udgøres af peakhastighedstrykket multipliceret på formfaktoren samt faktoren fra Figur 8-5.

Hældningsvinkelinterval for endeflader	Zone for vindretning $\theta=0^\circ$			Zone for vindretning $\theta=180^\circ$		
	F [kN/m ²]	G [kN/m ²]	H [kN/m ²]	F [kN/m ²]	G [kN/m ²]	H [kN/m ²]
0° (5°) - 15°	-1,37	-0,97	-0,48	-2,02	-1,05	-0,73
15° - 30°	0,56	0,56	0,32	-2,02	-1,05	-0,73
30° - 45°	0,56	0,56	0,48	-0,89	-0,65	-0,65
45° - 75°	0,65	0,65	0,65	-0,29	-0,24	-0,34

TABEL 8-6: LAST FOR PULTTAGSDELEN I ENDEFLADER

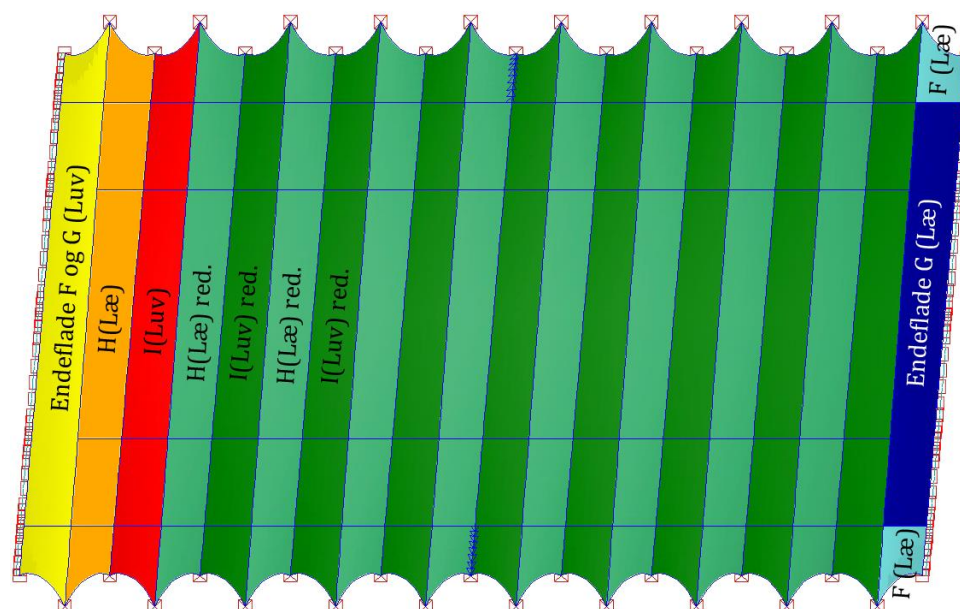
Hældningsvinkelinterval for α	Zone for vindretning $\theta=0^\circ$ og 180°	
	H (Læ) [kN/m ²]	I (Luv) [kN/m ²]
]-30°;-75°]	-0,65	-0,81
]-15°;-30°]	-0,65	-0,65
[0°;-15°]	-0,73	-0,56

TABEL 8-7: LAST FOR TRUGTAGSDELEN (FULD LAST FOR FØRSTE TRUG)

Hældningsvinkelinterval for α	Zone for vindretning $\theta=0^\circ$ og 180°	
	H (Læ) [kN/m ²]	I (Luv) [kN/m ²]
]-30°;-75°]	-0,39	-0,48
]-15°;-30°]	-0,39	-0,39
[0°;-15°]	-0,44	-0,34

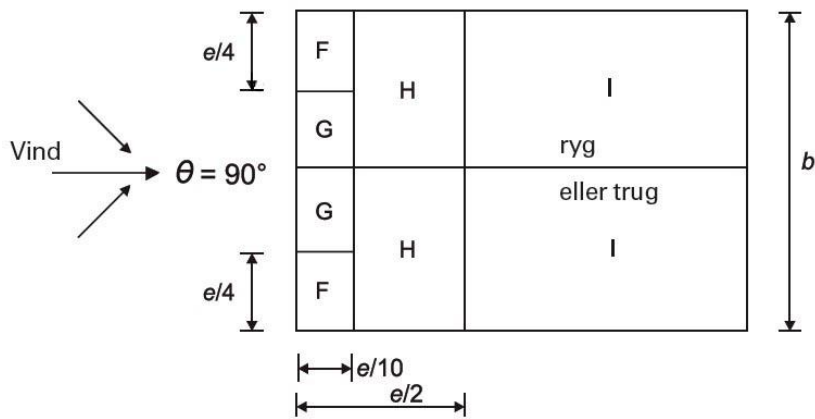
TABEL 8-8: REDUCERET LAST (FOR DE FØLGENDE TRUG)

Lastopdelingen for Lethal 2.1 i vindretning $\theta=0^\circ$ og 180° bliver som illustreret i Figur 8-7.



FIGUR 8-7: VINDLASTOPDELING, VINDRETNING $\theta=0^\circ$ OG 180°

For vindretning $\theta=90^\circ$ betragtes taget som et række trugtage, og der udføres en zoneinddeling som på Figur 8-8. Med den undtagelse, at Zonerne H og I slås sammen til en stor zone med værdier for H, idet denne er mest konservativ. Hvis begge zoner skulle have været med, skulle alle felter i underopdelingen af overfladen have været unikke. Der ville dermed være mindst dobbelt så mange grupper at holde styr på, og det vurderes, at forskellen mellem de to zoners værdier er så små, at det er i orden at slå zonerne sammen og benytte den mest konservative værdi.



(c) vindretning $\theta = 90^\circ$

FIGUR 8-8: ZONER FOR SADEL OG TRUGTAG EC1 1-4 VINDLAST [12]

Zonerne F_{up} placeres i hjørnerne på endefladerne, mens zone G går mellem de to hjørner på de yderste grupper af taget. Resten af taget modelleres som Zone H. Zoneinddelingen kan ses af Figur 8-9.



FIGUR 8-9: ZONEINDELING FOR VINDRETNING $\theta=90^\circ$

Vinkelvariationen hen over taget blev også her indført i modellen for Lethal 2.0. Formfaktorerne vælges efter negative vinkler eller et trugtag, fordi konstruktionen anses for at være et pulntag efterfulgt af en serie trug. Formfaktorerne for taget for vindretning $\theta=90^\circ$ kan ses af Tabel 8-9.

Hældningsvinkelinterval for α	Zone for vindretning $\theta=90^\circ$			
	F	G	H	I
	$C_{pe,10}$	$C_{pe,10}$	$C_{pe,10}$	$C_{pe,10}$
$]-30^\circ;-75^\circ]$	-1,4	-1,2	-1	-0,9
$]-15^\circ;-30^\circ]$	-1,5	-1,2	-1	-0,9
$[0^\circ;-15^\circ]$	-1,9	-1,2	-0,8	-0,8

TABEL 8-9: FORMFAKTORER FOR VINDRETNING $\theta=90^\circ$

Den endelige last for $\theta=90^\circ$ er regnet med formfaktorer i Tabel 8-10 og Tabel 8-11 nedenfor.

Hældningsvinkelinterval for α	Zone for vindretning $\theta=90^\circ$				
	F_{up}	F_{low}	G	H	I
	[kN/m ²]	[kN/m ²]	[kN/m ²]	[kN/m ²]	[kN/m ²]
$45^\circ - 75^\circ$	-1,21	-1,05	-1,13	-0,81	-0,73

TABEL 8-10: LAST FOR PULTTAGSDEL

Hældningsvinkelinterval for α	Zone for vindretning $\theta=90^\circ$			
	F	G	H	I
	[kN/m ²]	[kN/m ²]	[kN/m ²]	[kN/m ²]
$]-30^\circ;-75^\circ]$	-1,13	-0,97	-0,81	-0,73
$]-15^\circ;-30^\circ]$	-1,21	-0,97	-0,81	-0,73
$[0^\circ;-15^\circ]$	-1,53	-0,97	-0,65	-0,65

TABEL 8-11: LAST FOR TRUGTAGSDEL

Det ses af Tabel 8-10 og Tabel 8-11 at lastforskellen mellem de to zoner H og I er mindre end 0,1kN/m², og derfor vurderes det i orden, at slå zonerne sammen.

8.3 TERMISK LAST

Hallen betragtes som havende udendørstemperaturer, idet den er uisoleret, uopvarmet og hverken membran eller facade bidrager væsentligt til isolansen. Ved solindfald kan temperaturen af konstruktionselementerne godt stige til langt over den omgivende temperatur, idet specielt facaden tillader varmegennemtrængning. For at simplificere lasterne, og fordi alle laster er parametriske og skal parametriseres, er den termiske last dog udeladt i denne rapport. Den termiske last vil i dette tilfælde have en indflydelse på forspændingen af både kabler og membranen. I større grad for kablerne end selve membranen, fordi denne har større termisk udvidelse, og det er vigtigt at notere sig, at den termiske last har en indflydelse, selvom den er udeladt her.

8.4 NYTTELAST

Hallen skal betragtes som et tag, og for tagkonstruktioner som kun er tilgængelige i forbindelse med vedligehold, laves en lokal eftervisning af bæreevnen som en flytbar punktlast, der kan virke på et vilkårligt sted på membranen. Dette vil typisk være et kritisk punkt. Denne punktlast vil være i omegnen af 1,5kN [11], som er meget lidt i forhold til snelast og vindlasters størrelse. Den er derfor udeladt i dette projekt.

8.5 ASYMMETRISK LAST

Det er vigtigt at notere sig, at asymmetrisk last kan lede til dimensionsgivende lasttilfælde, og at disse selvfølgelig er vigtige at vurdere. Der ses fra tid til anden kollaps af konstruktioner med store spænd, som følge af at man ikke har taget højde for asymmetrisk snelast, i form af ophobning på den ene halvdel af en konstruktion og manglende last på den anden halvdel. Disse lasttilfælde skal altid medregnes i en endelig dimensionering, men er i dette projekt udeladt af simplifikations grunde, specielt mht. parametrien af lasterne.

8.6 LASTKOMBINATIONER

For hallen findes 3 lasttilfælde, når nyttelast og temperatur sorteres fra:

G- Egenlast

S-Snelast

W-Vindlast

Hallen regnes efter anvendelsesgrænsetilstanden, og det medfører lastkombinationerne angivet nedenfor [11]:

Dominerende Egenlast:	$1,2 K_{fi} G$
Dominerende Snelast:	$1,0 K_{fi} G + 1,5 K_{fi} S_k$
Domierende Vindlast - retning 0/180 grader:	$1,0 K_{fi} G + 1,5 K_{fi} W_0$
Domierende Vindlast - retning 90 grader:	$1,0 K_{fi} G + 1,5 K_{fi} W_{90}$

Der er kun sug på taget, og derfor regnes den dominerende snelast uden vind, idet det er til gunst for konstruktionen. Konstruktionens konsekvensklasse vurderes som værende høj pga. det store spænd og muligheden for, at der vil være ophold af mange mennesker samtidig. Derfor bliver $K_{fi} = 1,1$ [11] og lastkombinationerne bliver som illustreret i Tabel 8-12.

Nummer	Navn	Kombination
10	Dom. Egenlast	1,32G
11	Dom. Sne	1,1G + 1,65 S _k
12	Dom. Vind 0/180	1,1G + 1,65 W ₀
13	Dom. Vind 90	1,1G + 1,65 W ₉₀

TABEL 8-12: LASTKOMBINATIONER

8.7 BELASTNING I SOFiSTiK

Når initialformen er fundet for membranen, kan man gå videre og lave en belastning af denne. Det er vigtigt at gøre dette i steps idet belastningen drejer med deformationen af membranen. Derfor er man nød til at lave en ny form finding for membranen inklusiv belastning. Denne belastning skal påføres den tidligere fundne form for membranen uden belastning(eller kun med egenvægt), for at få den nye form med påført belastning. Det skal udføres således, fordi lasten bliver transformeret til knudelaster, og dette kan kun gøres ud fra elementernes geometri i det primære lasttilfælde (initialgeometrien eller geometrien kun med egenlast). Hvis det ikke udføres sådan, bliver knudelasten fra det første lasttilfælde forkert, idet elementerne er blevet deformeret og er dermed større eller mindre end i initialtilfældet. Derudover er lastretningerne af knudelasterne ikke længere korrekte, da den lokale z-akse bliver drejet. Det er derfor nødvendigt at gøre det stepvist med den nye form fra det tidligere tilfælde eller med initialbelastningen, når systemet er udsat for store deformationer[9].

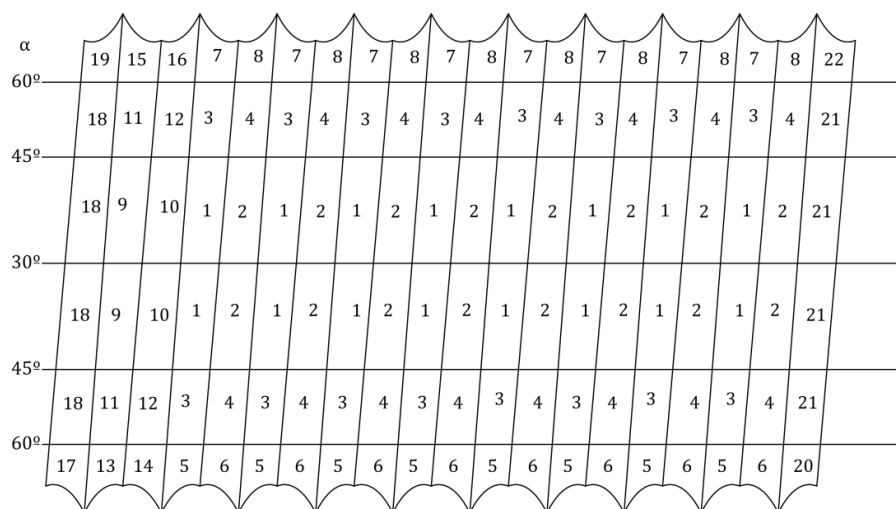
Proceduren for form finding med last bliver:

1. Initial form finding med egenlast
2. Form finding tjek (elementer med fuld stivhed, man laver en ikke-lineær analyse af step 1. med fuld elementstivhed)
3. Ny ikke-lineær analyse med belastninger på det fundne system med fuld stivhed
4. Gentag step 3. for alle last-kombinationer

Der er flere måder at påføre laster i SOFiSTiK. En metode er at definere grupper af konstruktionen i Rhino, og så sætte lasten til at virke på disse grupper. Herefter bruges SOFiSTiKs text interface for loads til at lave et Load case input, hvor gruppen og den ønskede last påføres. En anden metode er en fri last (free area load), som kan påføres vilkårligt. For free load kan man lave både punktlaster, linielaster og fladelaster.

8.7.1 FOR VIND

For vindlasten er lasten lagt på ved hjælp af grupper. Det betyder at det har været nødvendigt at opdele membranen efter vindlasterne, og det har dermed været nød til at opdele membranen som vist i Figur 8-10. De mange individuelle grupper skyldes at vindlasten regnes for begge retninger, men også for vinkel variationen hen over taget.



FIGUR 8-10: GRUPPEINDELING TIL VINDLAST

Inddelingen af membranen er udført i Grasshopper. Udførelsen beskrives senere i afsnit 9.

8.7.2 FOR SNE

Snelasten er påført som free area loads, og er derfor uafhængige af grupperingen for vindlasten. Den påførte last kan ses af Figur 8-3. Måden hvorpå snelasten er påført er beskrevet i afsnit 9.

9 PARAMETRI

I Grasshopper er membrantaget udført uden den understøttende konstruktion. Selve parametrien af denne konstruktion og samspillet til SOFiSTiK er beskrevet i dette afsnit.

9.1 GRASSHOPPER MODELLEN

Grasshopper modellen er opdelt i 5 dele, de er som følger:

1. Input
2. Generering af geometri
3. Opdeling af overfladen til lastgrupper
4. Streaming af punkter
5. Baking af endelig geometri til de rette grupper med rette navne

Grasshopper definitionen kan ses i Appendiks A og L.

9.1.1 INPUT

Her defineres input af geometrien. Det er muligt at justere følgende parametre:

1. Længden mellem benene i arkadetrekanten

Denne parameter justerer længden mellem de understøttende trekanters ben, den er også modulmålet for 1 arkade.

2. Hvor meget toppunktet læner sig bagover (knode 7)

Parameteren indstiller, hvor langt udad toppunktet for konstruktionen læner sig. Den har indvirkning på vinklingen af stængerne 5, 6, 10 og 11.

3. Højden af konstruktionen (toppunktshøjden)

Denne parameter angives som højden fra trekantens ben til toppunktet og er en faktor for, hvor spids og høj eller hvor flad konstruktionen bliver.

4. Bredden af membrantaget

Angiver totalbredden af membranen, og ikke den totale bredde af hallen, idet arkadekonstruktionen på hver side af membranen også har en bredde.

5. Antal ekstra arkademoduler

Denne parameter tilføjer ekstra arkademoduler og giver altså en længere hal.

6. Radius af randkabler

Denne faktor justerer radius af randkablet og dermed den nødvendige forspænding. Hvis den sættes til 0, findes en helt lige rand, som kan bruges til tilfældet med indspændt rand.

7. Nedbøjning af høje kabler

Angiver nedbøjningen eller pilhøjden af de høje kabler nedadrettet fra trekantstoppunktet (knude syv) og har indvirkning på radius og dermed forspændingen af kablet.

8. Opadrettet bøjning af de lave kabler

Denne parameter er identisk med punkt 7, nedbøjning af de høje kabler. Den angiver bare den opadrettede pilhøjde af de lave kabler fra trekantens ben.

9. Baking af geometri

Når alle inputs er justeret, benyttes denne funktion der "baker" geometrien til Rhino. Den er default slået til "false" idet "true" input giver ordren til at bake geometrien. Hvis man udfører ændringer med inputtet sat til "true" baker Grasshopper geometrien på ny, og man får konstruktionen liggende oveni hinanden flere gange. Den skal altså kun slås til, når man har den ønskede geometri, og derefter skal den slås fra igen.

10. Membran forspænding i x- og y-retning

Der er i inputtet indarbejdet relationen mellem forspændinger, belastning og krumning af membran og kabler fra ligningerne (4-5) og (4-6). Derfor kan man indstille den forspænding, man vil beregne membranen med i SOFiSTiK. Ud af denne indstilling fås et godt estimat af den forspænding, som man skal bruge som input til SOFiSTiK for alle kablerne, for at konstruktionen finder ligevægt.

9.1.2 GENERERING AF GEOMETRI

Denne del genererer geometrien af membrantaget ud fra de inputs, der er givet i afsnit 9.1.1.

9.1.3 OPDELING AF OVERFLADEN TIL LASTGRUPPER

Denne del er den største del af Grasshopper definitionen, og den underopdeler membranen til de lastgrupper, som er nødvendige for at lasten kan gøres parametrisk. Selve membranen opdeles, og underopdelingerne grupperes efter hvilken gruppe de skal tilhøre. Det sker efter den vinkel membranen har med vandret i det givne punkt. Det betyder, at definitionen søger efter og inddeler membranen efter de vinkelintervaller, som lasterne fra Eurocode er relateret til.

9.1.4 STREAMING AF PUNKTER

Hjørnepunkterne fra de underopdelte grupper streames til en Excel fil ved hjælp af en komponent fra gHowl[13]. Disse punkter skal senere bruges til at definere snelasten med. gHowl er et sæt komponenter til

Grasshopper, som er programmeret af Luis Fraguada. Den specifikt benyttede komponent i opgaven kan streame data til spreadsheets.

9.1.5 BAKING AF ENDELIG GEOMETRI TIL DE RETTE GRUPPER MED SPECIFIKKE NAVNE

De opdeltede grupper og kabler og understøtningspunkter bakes til Rhino, og indføres automatisk i de rette lag, idet man kan styre deres gruppenummer i SOFiSTiK ved at gøre dette i Rhino. Således er de lave kabler altid i gruppe 23 i SOFiSTiK. Dette bruges til at hardcode vindlastens input i SOFiSTiK, idet grupperne altid vil have det samme nummer. Selve baking komponenten er en custom komponent til Grasshopper skrevet af Giulio Piacentino [14]. Komponentens gør det muligt at bake med forskellige attributter. Dette kan f.eks. være at bake til et specifikt lag med et specifikt navn, som netop benyttes i Grasshopper definitionen.

9.2 LASTOVERFØRSEL TIL SOFiSTiK

Vindlasten påføres ved hjælp af de underinddelinger, som membranen bliver opdelt i i Grasshopper. Disse grupper belastes med den fundne vindlast for den pågældende gruppes vinkel med vandret og efter placeringen på membranen. Lasten varierer alt efter placeringen af gruppen på membranen og hvilken vinkel membranen har med vandret for den givne gruppe. Lasten på en gruppe varierer ikke i størrelsen, men afhænger af arealet af gruppen. Dette areal ændrer sig automatisk, hvis man ændrer geometrien af konstruktionen i Grasshopper. Et eksempel kan være en gruppe af overfladen, som hælder 30 grader med vandret og ligger i luv siden for vindretningen i midterzonen af membranen. Denne gruppe kan kaldes gruppe 1 og kunne eksempelvis være belastet med 1kN/m^2 . Når man ændrer geometrien i Grasshopper, ændrer størrelsen af gruppen sig, men ikke belastningen, og derfor kan belastningerne hardcodes til bestemte grupper. Således vil gruppe 1 i dette tilfælde altid være belastet med 1kN/m^2 og altid have 30 graders vinkel til vandret. Den hardcodede vindlast kan ses i Appendix J og L.

Snelasten påføres ikke ved hjælp af grupper, men ved free area loads. Disse er udført ved at man projicerer lasten ned på overfladen. Ydermere benyttes free area loads, fordi de kan udføres som varierende laster, modsat vindlasten som er påført som en konstant last for den enkelte gruppe. Free area loads er i denne rapport udført, så de udgør en plan varierende last på en overflade. En varierende last udføres ved, at man f.eks. for en firkantet overflade tildeler en last i hjørnepunkterne, og SOFiSTiK kan så interpolere de mellemliggende værdier for resten af overfladen, så man opnår en plan varierende last. Det er også muligt at lave laster med større variation, så skal der bare indsættes flere kendte værdier i punkter på overfladen, og SOFiSTiK

interpolerer så igen resten af de mellemliggende værdier. Dette gør det muligt at lave relativt komplekse lastkonfigurationer i SOFiSTiK. Snelasten udføres som en lineært varierende last på membranen. Dette er udført ved at benytte de intervaller, som membranen tidligere er blevet opdelt i, for at lave grupper til vindlasten. Intervallerne er tidligere udført så de passer til både vindlastens og snelastens intervaller fra Eurocode. Hjørnepunkterne er streamet ud af Grasshopper og kan nu påføres laster i hvert hjørnepunkt. Dette udføres i praksis ved at Grasshopper scriptet, ved hjælp af gHowl, streamer punkterne for underopdelingen ud til en Excel fil, som i dette tilfælde er kaldet "Points". I en anden Excel fil "Snelastsyntaks" er udført en makro scriptet i VBA til at tildele hvert punkt den korrekte last og omformulere punkter og last til den rette syntaks. Herefter kan man let kopiere lasterne og indsætte dem i SOFiSTiK. Grunden til, at den er lavet i en separat fil, og at det ikke er den samme fil der streames til, er at gHowl laver en helt ny fil, som overskriver den gamle, hver gang der ændres i geometrien. Derfor ville scriptet blive slettet, hvis det lå i den fil gHowl gemmer i.

I selve VBA scriptet kopieres punkterne fra den første Excel fil "Points" ind i den åbne fil "Snelastsyntaks" som scriptet ligger i. I denne fil sorteres punkterne i det første sheet og de tildeles laster i hjørnepunkterne. Man har mulighed for at ændre den tildelte last i hjørnepunkterne for intervallerne inden makroen køres. Det gøres ved at ændre lastinputtet i det sheet, som kaldes "Laster". Efterfølgende indsættes tekst så den matcher den ønskede syntaks i SOFiSTiK.

Til slut åbnes den genererede syntaksfil, og der udføres en "find and replace", hvor "," erstattes med et mellemrum. Det skyldes at, .csv filer er kommaseparerede for hver celle i Excel filen, når der konverteres til .csv. Når denne kommando er udført, kan lasten kopieres direkte ind i SOFiSTiKs text interface for loads. Snelast scriptet kan ses i Appendiks B og L, og outputtet kan ses i Appendiks J.

9.3 CONSTRAINTS FOR PARAMETRISK MODEL

Den udviklede parametriske model har nogle constraints, som er værd at være opmærksom på, da modellen ellers ikke virker.

Der er specielle kombinationer af inputs, som får modellen til at gå i stykker, fordi Grasshoppermodellen springer i rækkefølgen af, hvordan den definerer numre på elementerne. Så selvom den teknisk er programmeret korrekt, så virker modellen ikke for alle højder. Generelt befinder modellen sig bedst inden for følgende rammer:

Minimal højde v. 5,2 m bredde mellem benene i trekkanterne: 5,7 m

Maksimal højde v. 5,2 m bredde mellem benene i trekkanterne: 8,2 m

Maksimal flytning af toppunktet i retning væk fra membranen på y-aksen (styrer den måde konstruktionen læner sig bagover på): -4,8 m

Minimumsbredde af membranen: 15 m

Max bredde: +50 m

Modul antal: fra 3 moduler til +15

Pilhøjden af kablerne er afhængig af konstruktionshøjden, men som standard vil intervallet for de høje kabler ligge mellem 2,5 og 5m og for de lave kabler mellem 0 og værdien, som gør at konstruktionen mindst har en hældning med vandret på 30 grader på midten.

Randkablerne kan gå ned til en minimumsradius på 5 m, og den største er radius kan vælges som næsten uendelig. Det svarer til en faktor 0,1 på slideren. For denne faktor vil de næsten være lige, og man kan benytte dem som fast rand.

Generelt er modellen afhængig af opdelingen af membranen, idet denne skal være inden for de intervaller, som modellen er programmeret til at håndtere. Altså skal der være mindst 30 graders hældning på midten, og endefladerne skal helst have en hældning med vandret på mindst 60 grader. Det skyldes den måde som lasterne er programmeret på. Hvis man kommer uden for dette interval, er lasten ikke korrekt. Det gælder desuden også den anden vej. Således er det muligt at lave modellen med for store(eller for små) vinkler. Det betyder, at dele af intervallerne forsvinder. Derfor skal der laves en ny lastmodel, hvis modellen skal have vinkler, som ligger udenfor de specificerede intervaller for lasterne.

De benyttede constraints har gjort det muligt at programmere til de specifikke intervaller, som er anvendt i opgaven, og man kan spørge hvorfor modellen ikke virker for alle intervaller. En model som vil fungere i alle intervaller vil være alt for omfattende at udføre i dette projekt, idet den vil være meget kompleks og kræve omfattende scripting. Desuden vil en sådan model ikke være specielt funktionel i Grasshopper, da den vil være meget tung at arbejde med. Man ville derfor være nødt til at scripte den på en anden måde end ved brug af Grasshopper og Excel. Grasshopper har selv nogle constraints og kan til tider opføre sig irrationelt, som nævnt med nummereringer af elementer, og derfor egner det sig bedst til simple definitioner, selvom det er et meget kraftigt værktøj.

10 MODEL TESTS

10.1 SOFiSTiKs BEREGNINGSMETODE

Der er benyttet SOFiSTiK, som er et finite element program til denne rapport. Specielt er benyttet geometrisk ikke lineære beregninger på grund af de store deformationer, som membraner og kabler får, når de optager laster. Den ikke lineære analyse udføres ved iterationer efter en modificeret Newton metode og med konstant stivhedsmatrix.

Der udføres først en lineær løsning for den totale last, hvorefter ikke lineære spændinger udregnes fra deformationen og startspændingerne af elementerne. Disse integreres for at give den totale reaktion for systemet. Forskellen mellem den faktiske belastning og systemets reaktioner udtrykkes ved de tilbageværende kræfter i systemet, som bruges til at udregne flytningernes størrelse.

Metoden suppleres i SOFiSTiK med en algoritme til hurtigere beregning, som betragter den tilbageværende kraft, der udvikles fra iterationerne. Iterationerne er flytningsbaserede og finder ligevægt ved en energibetragtning af elementerne: Ligevægten findes således, når det indre arbejde er lig med det ydre arbejde på elementet efter flytningerne, og når der ikke er mere resulterende kraft i systemet. I SOFiSTiK beregningen bliver den initiale spændingsmatrice lagt sammen med primærspændingstilstanden, og derved bliver beregningerne mere stabile. Det gør, at man bl.a. kan se stabilitets svigt, hvis stivhedsmatricen bliver negativ og beregningen i SOFiSTiK stopper og giver en fejlmeddelelse. Denne del er specielt interessant for membran og kabelkonstruktioner, fordi de ikke kan optage tryk.

10.1.1 MEMBRANELEMENTTYPE SOM BENYTTES

Til membranen benyttes Quad elementer, som kan regnes med ikke-lineær analyse. Der benyttes firkantede elementer, såkaldte quadrilateral elements med 4 knuder. Med 3 flytningsretninger i hver knude giver det altså 12 ubekendte flytninger pr. element.

Det er uvist, hvilken elementtransformation der præcist benyttes i SOFiSTiK, som det fremgår af nedenstående meget åbne og vage citat fra ASE manualen:

“The element formulation of the membrane stress state occurs either via a classical isoparametric formulation or probably via a similarly classical non-conforming formulation written by Wilson and Taylor.” [9]

Isoparametriske elementer er elementer, som transformeres til et andet koordinatsystem, hvorefter de til slut transformeres tilbage til det oprindelige koordinatsystem. Non-conforming elementer stammer fra en omskrivning af det conforme element, der er karakteriseret ved ikke at have spring iht. rotation og flytning mellem elementer. Dette gør, at elementet giver gode resultater nær dets tyngdepunkt, men giver dårlige resultater ved hjørnerne, specielt hvis de ligger ud til en rand eller et hjørne i den større konstruktion. Omskrivningen foretaget af

Wilson og Taylor til non-conforming elementer medfører bedre resultater men på bekostning af, at der så forefindes spring mellem rotationer af flytninger og elementerne[9].

Tykkelsen af elementerne og de forskellige E-moduler i tages i regning i de forskellige retninger af materialet. Poissons forhold for membranelementerne er også regnet forskelligt i de to retninger af materialet. Dermed kan man definere sin warp og weft retninger i SOFiSTiK. Materialet regnes lineært, da det gør beregningen væsentligt hurtigere, og der kan benyttes simplere materialeparametre.

10.1.2 KABLER

Kabelelementer kan kun overføre aksiale kræfter i SOFiSTiK, og kan ikke optage tryk i ikke-lineære beregninger. Ikke-lineære kabelelementer benyttes i modellerne i denne rapport.

Indre kabel nedbøjning benyttes ikke i membranberegningerne, fordi denne giver anledning til, at kablerne kan optage tryk, hvilket de ikke kan i en reel kabel og membrankonstruktion.

Har man store modeller, kan det være nødvendigt at dele dem op i mindre stykker, hvis stor præcision af individuelle dele ønskes. Dette er en normal tilgang, da man sparer regnekraft ved ikke at skulle lave alt for mange elementer, og derfor bliver mange modeller også begrænset i antal af elementer[9].

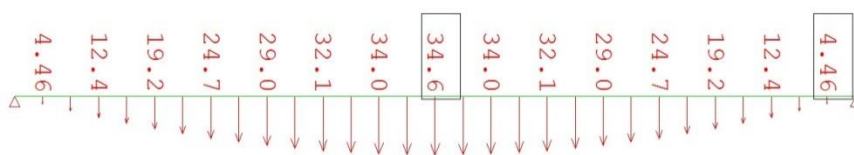
10.2 TEST AF SIMPLE IKKE LINEÆRE MODELLER

For at verificere den ikke-lineære metode, der benyttes til form findingen af konstruktionen, er et par simple tilfælde undersøgt i SOFiSTiK og sammenlignet med analytiske resultater. Dette er gjort, fordi den endelige konstruktion er for kompleks at analysere ved håndberegning. Derfor eftervises, at metoden for beregningerne er korrekt ved mere simple tilfælde, som har simplere analytiske løsninger.

10.2.1 DEFORMATION AF ET KABEL I TRÆK MED EGENLAST

Kablet er et simpelt understøttet stålkabel med et spænd på 30 m, forspænding på 20 kN og en diameter på 10 mm.

Kablet indføres i SOFiSTiK via Rhino og tildeles ovenstående parametre. Deformationen efter form finding kan ses af Figur 10-1, hvor det ses, at kablet har en nedbøjning på 34,6 mm for en meshstørrelse på 1 m. Nedbøjningen er uændret ved en mesh størrelse på 0,1 m, og vurderes derfor som konvergeret.



FIGUR 10-1: NEDBØJNING AF KABEL I MM

Deformationen af et udspændt kabel kan regnes analytisk som:

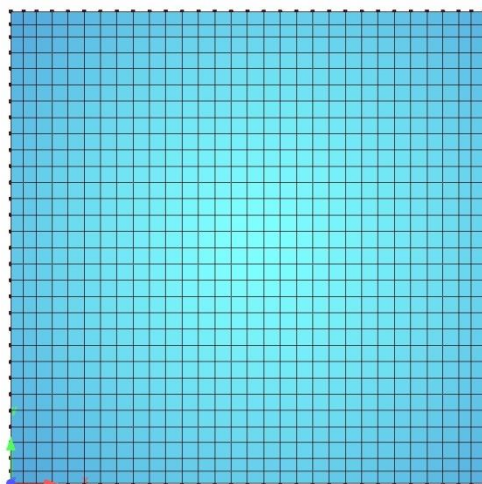
$$z = \frac{g_c L^2}{8T_0}$$

Hvor g_c er kablets egenvægt pr. meter, L er spændvidden og T_0 er forspændingen[5]. Deformationen bliver for det analytiske udtryk 34,01 m. Beregningen kan ses af Appendiks C, og Datafilerne er tilgængelige i Appendiks J.

Det giver en afvigelse på 0,59 mm, som er en præcision, der vurderes acceptabelt for et spænd på 30 m.

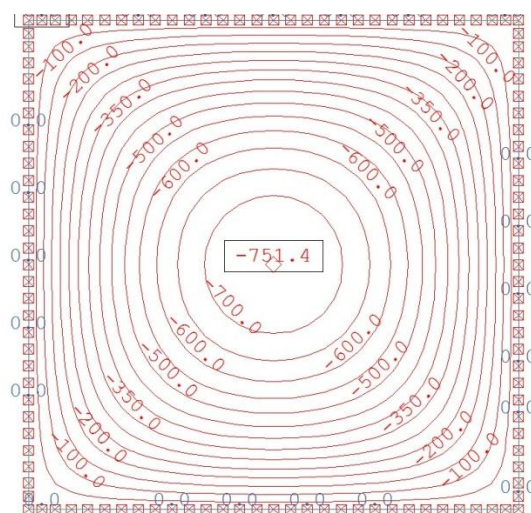
10.2.2 DEFORMATION AF EN SIMPELT UNDERSTØTTET KVADRATISK MEMBRAN MED ISOTROP FORSPÆNDING.

Membranen er flad og udspændt over et kvadratisk område på 10 m x 10 m og er simpelt understøttet langs kanten. Den er belastet med en lodret jævnt fordelt last på 1kN/m², og den er tildelt et elastisk materiale uden egenlast. Form findingen er udført så membranens ikke har en stivhed. Det er udført ved at reducere membranens materialestivhed ved at multiplicere med en faktor 1,0 x 10⁻¹⁰, så stivheden er tæt på 0. Membranen forspændes med 10kN/m i både x og y-retningen. Konstruktionen er meshet med et mesh på 30 elementer langs hver side, og dermed har et element dimensionerne 33 cm x 33 cm. Den meshede model kan ses af Figur 10-2 nedenfor.



FIGUR 10-2: 30 x 30 MESH SET FRA OVEN

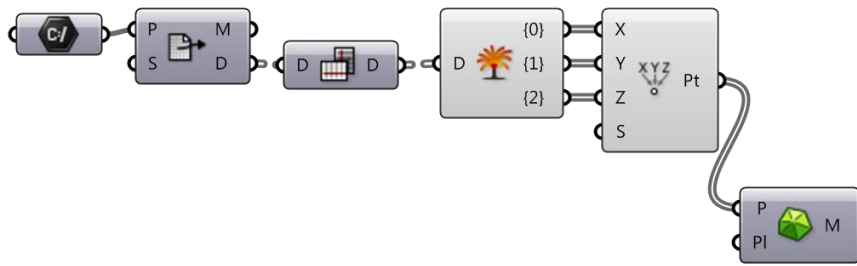
Membranen analyseres i SOFiSTiK og den deformeres som forventet mest på midten, hvor den har en deformation på 751,4 mm efter form findingen. Deformationen kan ses på Figur 10-3.



FIGUR 10-3: DEFORMATION AF MEMBRANEN EFTER FORM FINDING

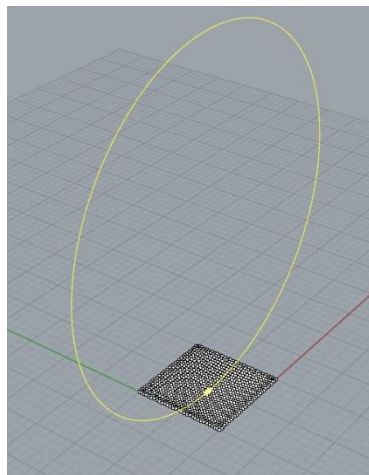
Benyttes relationen for en membran med krumninger i to retninger i ligning (4-5), og benyttes parametrene $t_x = t_y = 10kN/m$ og $P = 1kN/m$ er det logisk, at $R_x = R_y$, da konstruktionen er symmetrisk. Teoretisk skal krumnings radius $R_x = R_y = 20 m$ for, at der er ligevægt i systemet.

Den ubekendte krumningsradius fra SOFiSTiK modellen findes ved at eksportere knudepunkterne i modellen efter deformationen til en Excel fil. Punkterne læses tilbage ind i Grasshopper via gHowl komponenten, og transformeres, med en lille definition til en punktsky. Definitionen er vist i Figur 10-4. Den sidste komponent gør det muligt at lave et Delauney mesh af deformationen, så man kan se deformationen som et mesh i Rhino.



FIGUR 10-4: DEFINITION TIL INDLÆSNING I GH

Ud af punktskyen kan det midterste punkt på membranen findes, og der kan laves en cirkel af dette og de to nærmeste punkter på samme akse. Dette er illustreret i Figur 10-5.

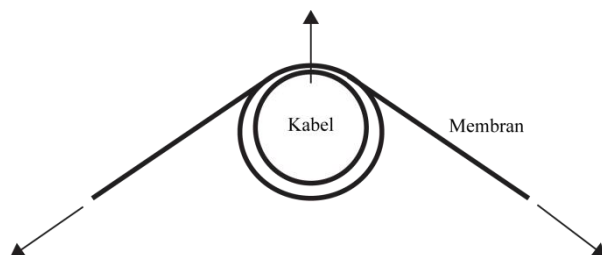


FIGUR 10-5: DEFORMET MEMBRAN SOM PUNKTSKY OG BESTEMMELSE AF KRUMNINGSRADIUS

Ud fra denne cirkel kan krumningsradius bestemmes via kommandoer i Rhino. Den fundne radius er 19,61 m og afviger altså 0,39 m fra den optimale ligevægtsradius. Dette skyldes primært meshstørrelsen, da cirklen genereres ud fra de to nærmest knudepunkters deformation, idet et finere mesh vil give en større nøjagtighed af resultatet. Ved en forøgelse i meshet til et 52 x 52 elementers mesh, blev deformationen forøget til 751,8 mm mod de 751,4 mm fra tidligere. Den meget lille forskel i deformation tyder også på, at modellen er meget tæt ved at konvergere. Krumningsradius for modellen blev øget til 19,76 m og konvergerer altså mod de 20 m, når meshtætheden går mod uendelig. Dermed kan det konkluderes, at SOFiSTiK regner tilfredsstillende og præcist på simple membraner. Derfor kan den mere komplicerede konstruktion også regnes i SOFiSTiK med en tilfredsstillende præcision. Datafilerne til testen er tilgængelige i appendiks J.

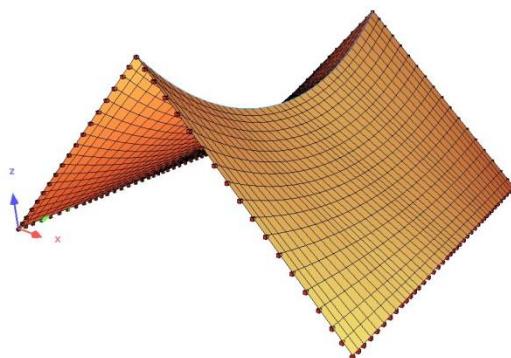
10.3 SPÆNDINGSKONCENTRATION LANGS KABLER

For konstruktionen vil der langs med kablet i de lange spænd forventeligt være spændingskoncentrationer. Det skyldes, at membranen vil trække i kablet og den vil have en lille kontaktflade omkring kablet, som det kan ses af Figur 10-6.



FIGUR 10-6: SNIT GENNEM KABEL, KONTAKTFLADE MED MEMBRAN

Der er derfor lavet en model til at verificere denne påstand og identificere denne spænding. I modellen er benyttet en simpel spejdertelt lignende konstruktion, som er udspændt over et område på 10 m x 10 m. Den er 5 m høj og understøttet, som var membranen indspændt til stænger langs kanterne for at ligne den reelle tagkonstruktion. Modellen kan ses nedenfor af Figur 10-7, som ligeledes indikerer meshstørrelsen for modellen, som er 2 x 18 elementer langs siderne i trekantene i enderne og 40 langs den lige rand.

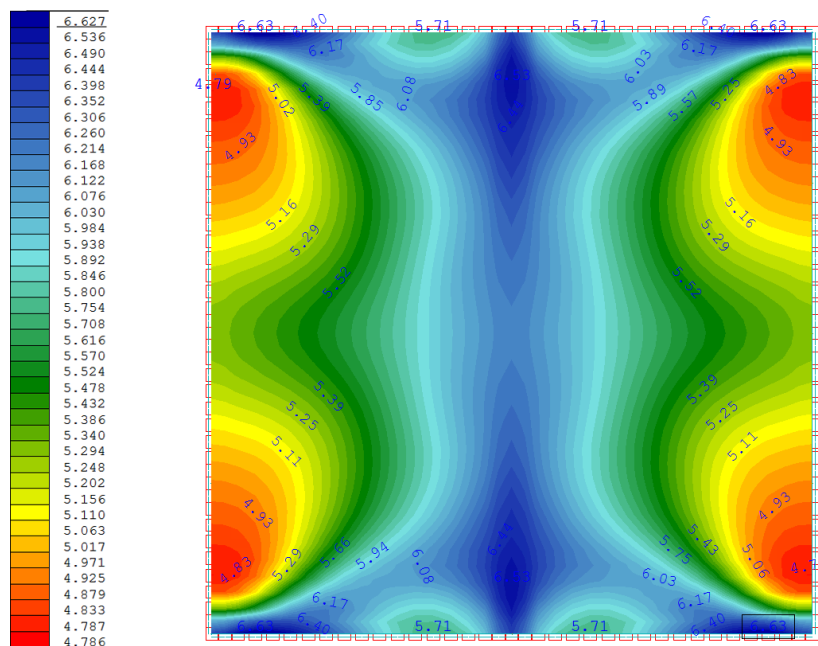


FIGUR 10-7: TELTMODEL TIL TEST AF SPÆNDINGSKONCENTRATION

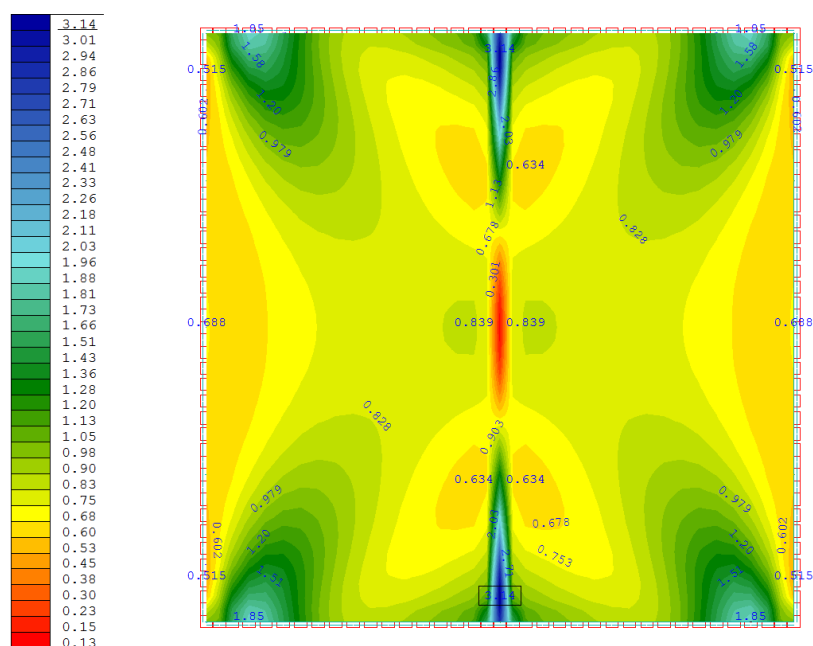
Modellen er lavet med isotrop forspændning på 0,5kN/m for membranen og 3.5kN for kablet. Derudover er modellen belastet med egenlast. Datafiler til modellen kan findes i Appendiks J.

Efter form finding og fuld stivhed af alle elementer giver dette et billede af spændingerne i de forskellige retninger, som kan ses af Figur 10-8 og Figur 10-9. Det ses, at der er trækspændingskoncentration langs kablet, men der er en forskel på spændingen langs kablet og for resten af membranen i denne model. Denne spændingsforskel bliver logisk nok mere markant i tilfælde af, at forspændingen øges. Det skal bemærkes, at disse spændingsforskelle findes, og kan have betydning for dimensioneringen af membranen, og man bør derfor udføre en yderligere analyse af deres indvirkning. Spændingsforskellene opstår

tæt omkring kablet, og vil derfor ikke være meget synlige i en større model med grovere mesh, som man er nødsagt til at benytte for store modeller. Dette kan dog være medvirkende til at give spændingsdiskontinuitet omkring kablet i en større model.



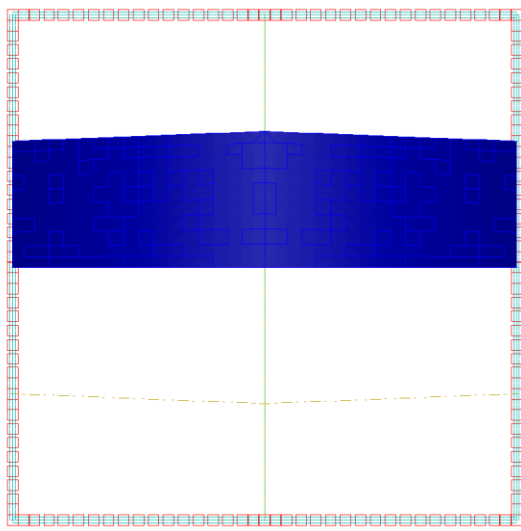
FIGUR 10-8: TRÆKSPÆNDING I X-AKSENS RETNING.



FIGUR 10-9: TRÆKSPÆNDING I Y-AKSERETNINGEN

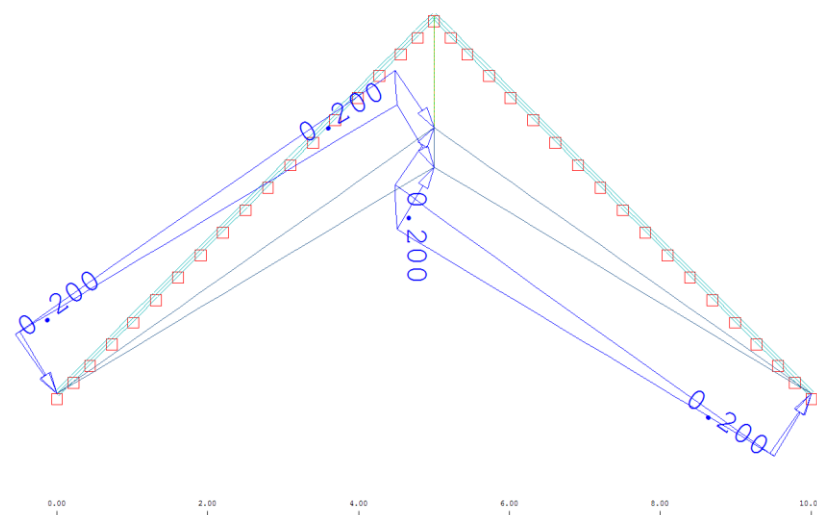
10.4 VINDLAST

For samme model som i afsnit 10.3 undersøges om vindlasten lægges på korrekt i SOFiSTiK. Ydermere er denne konstruktion langt mere simpel end den endelige model, som ville være svær at udregne alle komponenter for pga. dens kompleksitet. Der benyttes 2 flader, 1 på hver side af konstruktionen til at lægge en vindlast på. Fladerne er ens i areal og ligger symmetrisk omkring kablet. Det belastede område er angivet på Figur 10-10.



FIGUR 10-10: BELASTET AREAL SET OVENFRA

Den ene flade belastes med 0.2kN/m^2 tryk, mens den anden flade belastes med 0.2kN/m^2 sug. Repræsentationen i SOFiSTiK er afbilledet på Figur 10-11, og ser fornuftig ud.



FIGUR 10-11: TRYK OG SUG PÅ MODELLEN AFBILLEDET FRA XZ-PLANEN

Den samlede last fandtes i Ursula rapporten, som er SOFiSTiKs output rapport generator. Lasten er 3,3 kN i Global X retning som afbilledet i Figur 10-12.

Sum of Loads				
LC Title	PXX [kN]	PYY [kN]	PZZ [kN]	
11 Wind Load theta=0/180	3.3	0.0	0.0	

FIGUR 10-12: SUM AF VINDLAST FRA URSUSLA

Den manglende last i de to andre retninger skyldes det geometriske faktum, at fladerne ligger symmetrisk og har samme belastning. Dermed eliminerer de to komponenter hinanden i hhv. y- og z-retningen.

For at eftervise størrelsen i x-retningen tages vinklen af fladen på midten af fladen med x-retningen. Denne findes til 32,073 grader. Den samlede lasts resultant er fladens areal (15,45m²) multipliceret med lasten (0,2kN/m²). Da kraften angriber fladen ortogonalt, kan x-komponenten findes som:

$$\cos(90 - 32,073) \cdot 15,45m^2 \cdot \frac{0,2kN}{m^2} \cdot 2flader = 3,28kN$$

Sammenholdt med de 3,3 kN fra Ursula er der en lille fejl på 0,02kN. Det skyldes geometrisk imprecision, idet fladen krummer, og der i udregningen tages en gennemsnitsværdi. For at teste lastpåførslen for alle retninger, fjernes lasten fra den ene flade, og der udføres igen samme beregning. X-komponenten skulle gerne blive ca. halvdelen af, hvad den var før, og der skulle gerne komme en lille belastning i y-retningen som følge af den lille krumning af fladen. Resten af lasten skulle helst optræde i z-retningen, hvilket den også gør. Beregningens resultat kan ses af Figur 10-13.

Sum of Loads				
LC Title	PXX [kN]	PYY [kN]	PZZ [kN]	
11 Wind Load theta=0/180	1.6	0.2	-2.6	

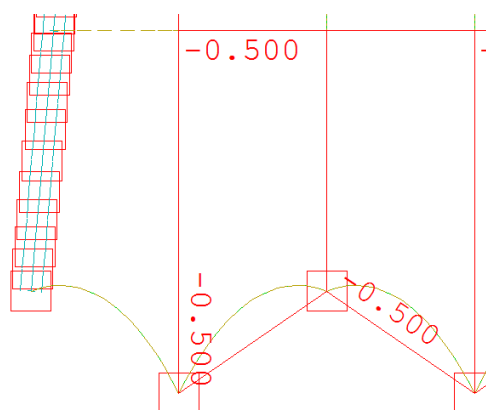
FIGUR 10-13: RESULTAT AF 1 FLADE I TRYK

Hvis man i håndberegningstjekket fra før erstatter cosinus med sinus, betragter fortegnretningen og fjerner den ekstra flade fås -2,61 kN for z-retningen. Dette stemmer godt overens med resultatet fra Ursula. Der er også som forventet en mindre komponent i y-retningen, og x-retningen er halveret. Den helt præcise halvering er ikke opnået, men skyldes sandsynligvis afrunding i outputrapporten. Det kan dermed konkluderes, at vindlasten påføres korrekt.

10.5 SNELAST

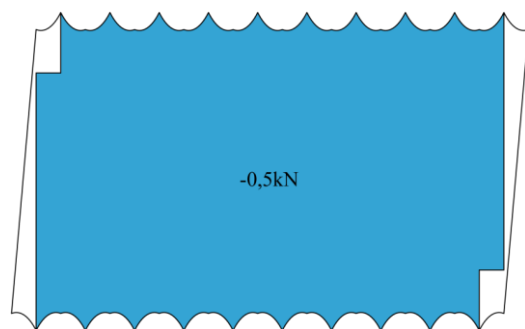
Der er for denne test benyttet den gamle model for Lethal 2.0 med de meget retlinede kabler. Dette er gjort, fordi denne undersøgelse blev udført tidligt i forløbet, og den er bibeholdt idet det er en konstruktion med randkabler, som ikke optræder i de simple modeller.

For at undersøge modellen for om snelasten er påført korrekt, påføres en last af -0.5 kN på alle grupper i snelasten. Dette gøres simpelt i overførslen mellem Excel og SOFiSTiK ved at sætte snelasterne til $-0,5$ kN i alle punkter for lastintervallerne, og opdatere last input i SOFiSTiK. Herefter kan man udføre en beregning af membranen og se på summen af nedadrettet last i output rapporten. Dette er genereret af den del af SOFiSTiK som hedder Ursula, der genererer output rapporter. Ydermere kan man se på lasterne for de enkelte områder i Ursula rapporten, og se om lasten er aktiveret 100 %, altså om lasten virker 100 %. I dette tilfælde er der indført randkabler og lasten er påført som firkantede overflader, der projiceres ned på overfladen. Derfor er dette område kun "aktiveret" med ca. 90 % procent af lasten, idet de sidste 10% falder uden for overfladen. Forskellen mellem overfladerne kan ses af nedenstående Figur 10-14. Hvorvidt lasten har påført korrekt undersøges ligeledes i denne undersøgelse.



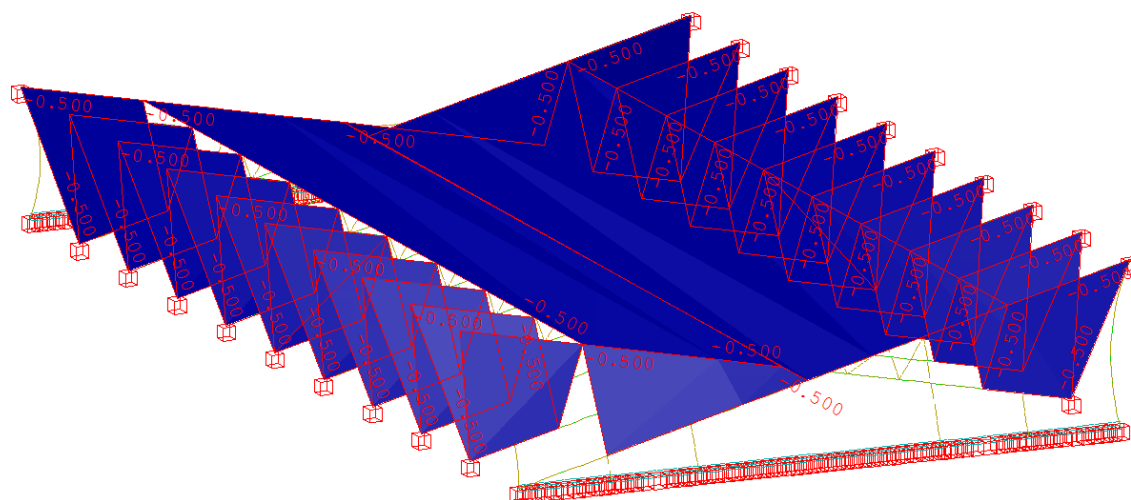
FIGUR 10-14: DET TILDELTE LASTOMRÅDE (RØD) OG DEN EGENTLIGE RAND (GRØN)

For at få en sammenlignelig værdi med den samlede nedadrettede last fra Ursula projiceres den belastede overflade i Rhino ned i et plan, og arealet af den projicerede overflade måles og multipliceres med lasten. Da snelasten ikke virker på alle grupper, f.eks. endefladerne, er disse udeladt i projektionen. Det belastede område i testen kan ses af nedenstående Figur 10-15.

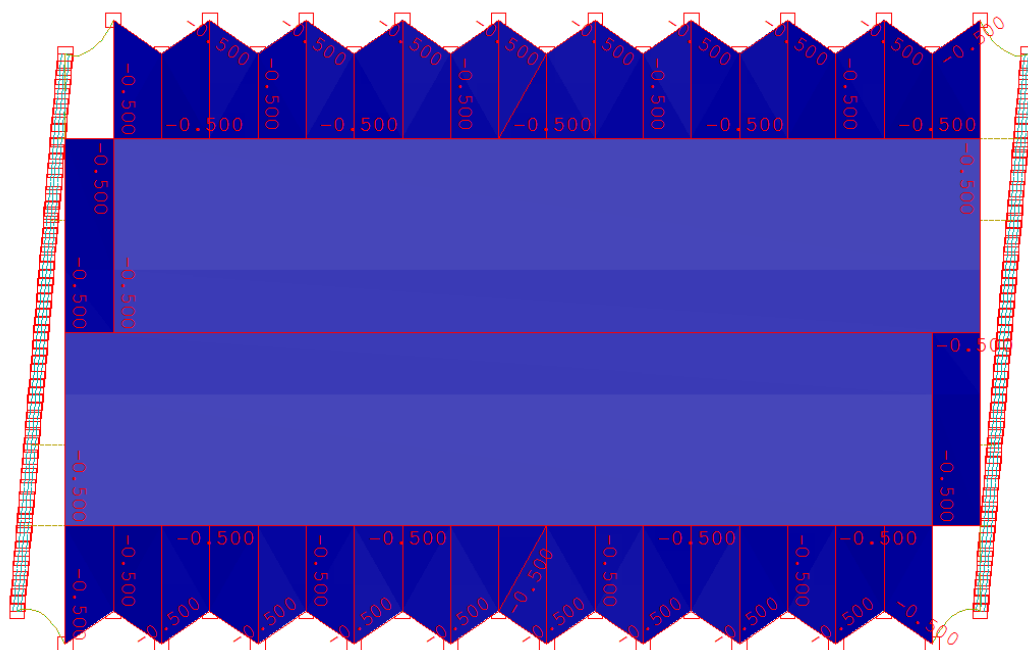


FIGUR 10-15: LASTOMRÅDE FRA RHINO TIL TEST AF SNELAST PÅ -0,5kN

Når lasten er indsat og beregnet i SOFiSTiK, er det muligt at se, hvordan den påføres ved hjælp af den grafiske output del af SOFiSTiK, der kaldes WinGraf. Membranen belastet med -0,5 kN kan ses af nedenstående figurer Figur 10-16 og Figur 10-17.



FIGUR 10-16: LAST PÅFØRT I SOFiSTiK (3D-VIEW)



FIGUR 10-17: LASTER PÅFØRT I SOFiSTiK SET FRA OVEN

Betragtes Figur 10-17 ses det, at arealet stemmer overens med det der findes for Figur 10-15, bortset fra randkablerne som nævnt tidligere. De to midterste lastområder ser ud til at ligge på kanterne af konstruktionen på Figur 10-16. Dette ville være forkert, som det ser ud, og det vil give udslag i sammenligningen nedenfor, hvis de ikke fungerer korrekt.

Sammenligning af lasten fra SOFiSTiK og den teoretiske last:

Areal målt i testmodel (projiceret areal): 1495,2 m²

Test belastning på hele arealet: 0,5 kN/m²

Forventet (teoretisk) samlet belastning: 747,6 kN

Last fra SOFiSTiK: 747,7 kN

Sum of Loads			
LC Title	PXX [kN]	PYY [kN]	PZZ [kN]
10 Snow Load on Part 1	0.0	0.0	-747.7

FIGUR 10-18: LAST SUMMATION FRA SOFiSTiKs URSULA OUTPUT

Resultatet fra SOFiSTiK afviger kun med 0,1 kN i undersøgelsen, og metoden at belaste på må siges at være meget præcis. Det fremgår ligeledes af SOFiSTiK beregningen, at de to store områder, som muligvis var belastet forkert, var belastet helt korrekt og var 100 % aktiverede. Det er tilsyneladende en fejl i den grafiske repræsentation, at de er vist som på Figur 10-16. Dette er også bekræftet efter korrespondance med SOFiSTiKs support.

10.6 SPÆNDINGSDISKONTINUITETER OG MESH-STØRRELSE FOR DE ENDELIGE MODELLER

I denne analyse undersøges spændingsdiskontinuiteter og meshstørrelsen for de endelige modeller. Der benyttes en testmodel med følgende parametre:

Længde mellem ben i arkade: 5,2 m

Hældning af toppunkt i trekant: -1,8 m

Højde af toppunkt i trekant: 7,2 m

Total bredde af konstruktion: 30 m

Antal moduler: 10

Ingen rotation af konstruktion i xy-planen (ikke nødvendigt pga. benyttet isotropt materiale i membran)

Radius af randkabler: 10,9 m (0,75 i radiusslider i GH)

Initial sag af de høje kabler: 3,5 m fra toppunkt af konstruktion

Initial sag af de lave kabler: 2,1 m fra lavpunkt af konstruktion

Membran forspænding x-retning: 1 kN/m

Membran forspænding y-retning: 3 kN/m

Forspænding i høje kabler: 25 kN

Forspænding i lave kabler: 20 kN

Forspænding i randkabler: 20 kN

Materialer for kabler og membran:

For kabler: Default/Prestressing steel (EN 1992) $F_u=1770$ MPa

For membran: Default/General material/Elastic material (isotropt)

Tværsnit for kabler og membran:

Kabler med langt spænd: 25 mm Default 1x7 strand.

Randkabler: 12 mm Default 1x7 strand.

Tykkelsen af membranen er i overførslen sat til 0,8 mm.

Mesh i eksport til SOFiSTiK: regulært mesh med lokalt koordinatsystem for elementer retningsbestemt efter global x. Densiteten er sat til at SOFiSTiK automatisk mesher, med de følgende parametre:

Refinement around short edges faktor: 70

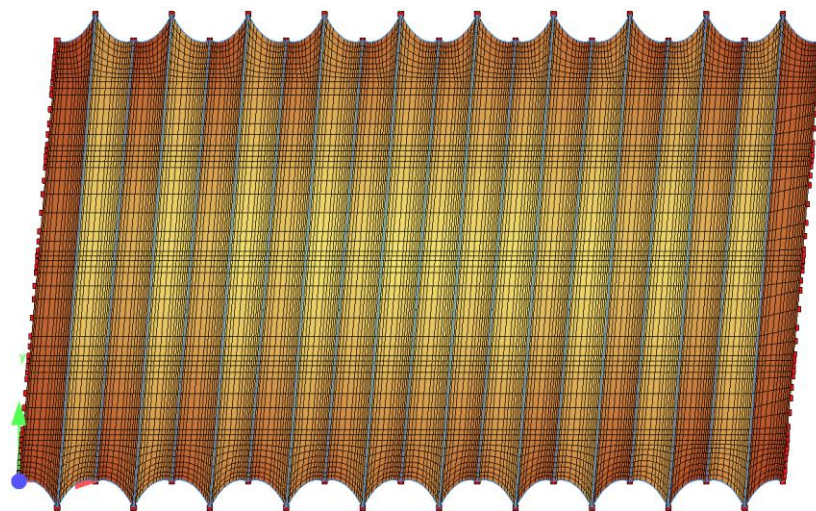
Refinement at structural points faktor: 75

Progression-factor: 77

Disse indstillinger resulterer i et mesh med 14 elementer langs hvert randkabel. Det betyder, at der bliver $20 \times 14 = 280$ elementer i længderetningen, og 52 elementer i bredden af konstruktionen.

Modellen er kun belastet med egenvægt.

Modellen med mesh kan ses af Figur 10-19. Det ses, at meshet er forfintet langs kablerne og langs gruppe opdelingen af membranen. Dette er kun en fordel, idet der typisk vil være spændingskoncentrationer i disse områder.



FIGUR 10-19: MESHET MODEL

Modellen formfindes og beregnes med fuld stivhed. Betragtes principalspændingerne i 1-retningen (global x) på Figur 10-20, ses det, at der forekommer spændingskoncentrationer langs kablerne som undersøgt tidligere i afsnit 10.3. Det ses tydeligst, at koncentrationerne forekommer ved samlingen mellem to membrangrupper langs kablerne. Det er logisk, fordi elementdensiteten er størst der, og derfor opnås de mest præcise resultater af koncentrationen der. Der er dog ikke nok elementer til, at koncentrationen kan benyttes med 100 % sikkerhed, og der kan ikke laves nok elementer i modellen til, at dette vil være tilpas præcist. Ved at sætte parametrene i meshingen yderligere op, fås fejl i overførslen og i meshingen. Dette mesh er altså i omegnen af, hvor fint det kan laves for denne størrelse model. Spændingskoncentrationerne vil man skulle modellere i en separat model med et udsnit af konstruktionen, og en modellering af kontaktkræfter for at få meget præcise resultater. Det er dog en større proces og går ud over målet i denne rapport. Det er dog vigtigt, at bemærke at disse koncentrationer findes, og at de ikke er ubetydelige for materialevalget og detaljeringen af den endelige membran.

For at undersøge korrektheden af spændingen vælges et element midt i en elementgruppe, fordi der her kun skulle være kendte spændinger forårsaget af forspændingen. Det valgte element kan ses af Figur 10-21. Principalspændingen i elementet for alle hjørneknuder er 3.75 MPa i 1-retningen og 1.25 MPa i 2-retningen (global y).

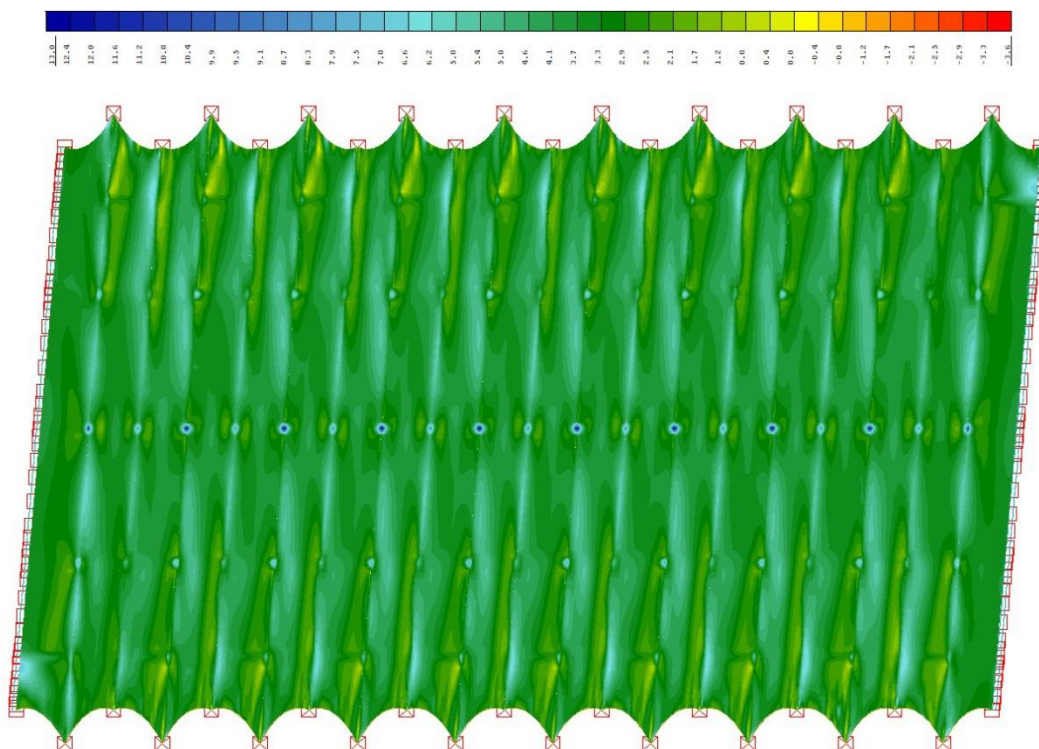
Den teoretiske spænding i 1-retningen kan regnes efter Navier som:

$$\frac{3000N}{1000mm \cdot 0,8mm} = 3,75MPa$$

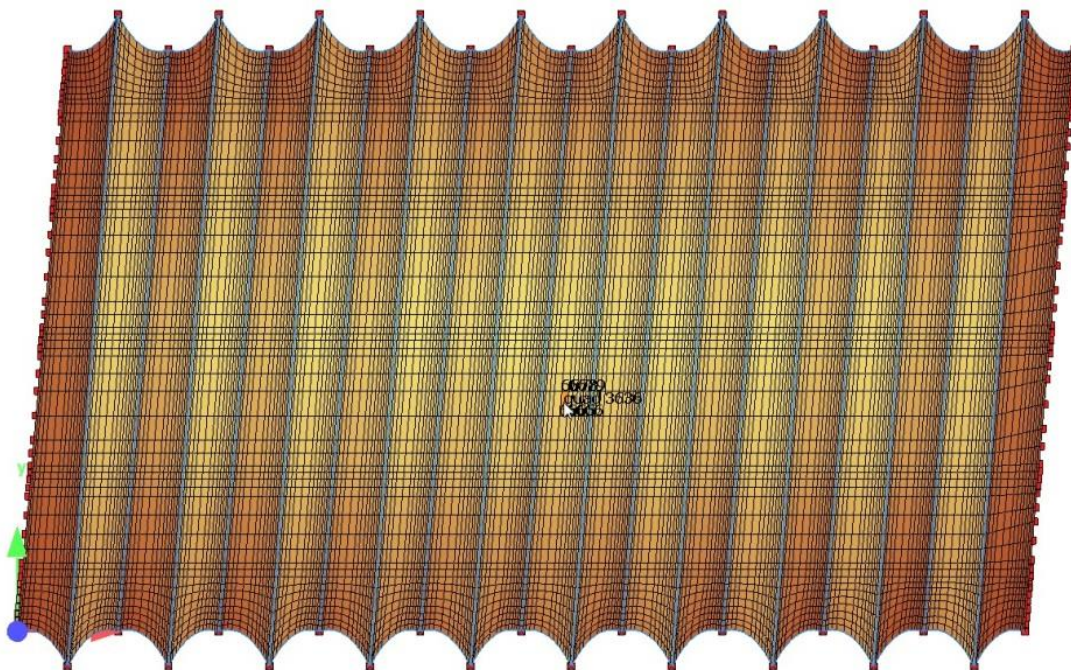
Og i 2-retningen:

$$\frac{1000N}{1000mm \cdot 0,8mm} = 1,25MPa$$

De passer præcist med de aflæste resultater fra modellen. Det er godt, idet meshet ikke kunne forfines yderligere.

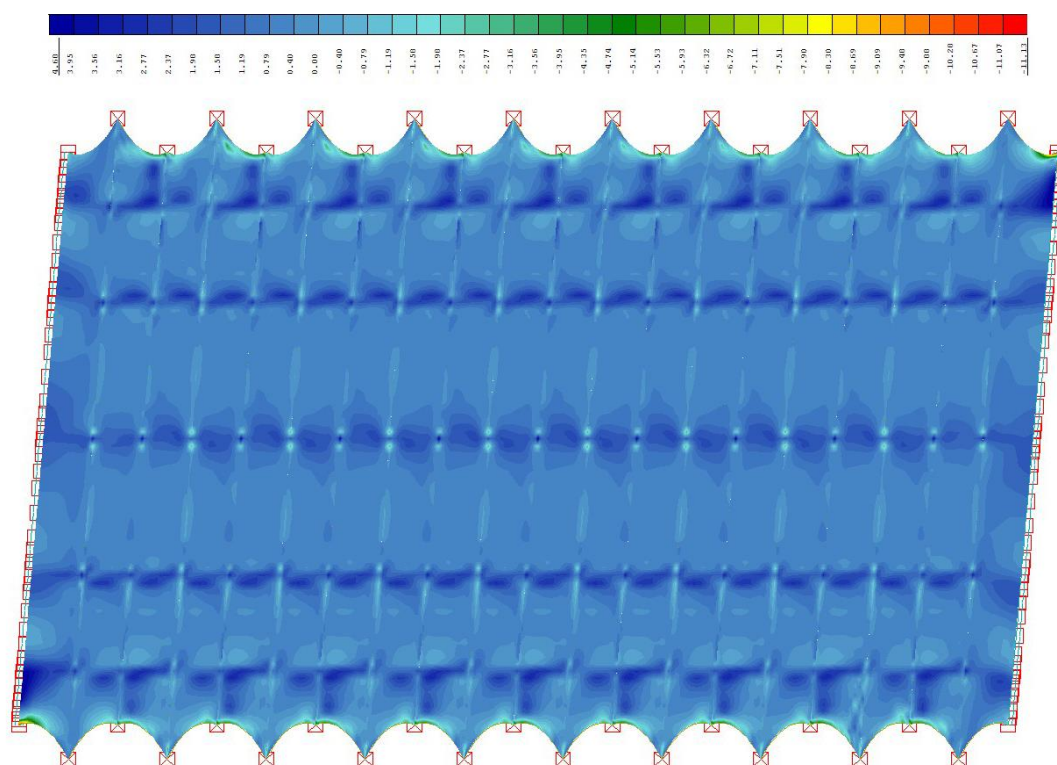


FIGUR 10-20: PRINCIPAL SPÆNDING I 1-RETNINGEN



FIGUR 10-21: VALGT ELEMENT TIL BETRAGTNING

Betragtes principalspændingerne i Figur 10-20 og Figur 10-22 ses det, at spændingerne parvist passer sammen og også spejlet diagonalt passer sammen parvist. Det bemærkes også, at gruppeinddelingen af membranen er meget tydelig for spændingerne, specielt i 2-retningen, hvor man ser koncentrationer langs inddelingerne af grupperne. Disse vil ikke forekomme i virkeligheden, men skyldes modellens diskretisering i grupper til lastfordeling. Spændingerne på disse placeringer vil være som spændingerne for de midterste dele af hver gruppe. Spændingskoncentrationen skyldes, at to elementer med forskellig vinkel mødes i den diskretiserede membran, og derfor giver det anledning til en spændingskoncentration.



FIGUR 10-22: PRINCIPAL SPÆNDING I 2-RETNINGEN

De mindre diskontinuiteter øvrige steder i membranen skyldes primært, at det er en beregning baseret på flytningsfelter for de enkelte elementer, hvor hvert element regnes ud for sig. Diskontinuiteter vil specielt forekomme på hver side af kablet, som det også er tydeligt i modellen. Man kan dog stadig godt benytte modellen til at få god indsigt i den overordnede virkemåde af konstruktionen, og til at finde ud af, hvor der måtte opstå spændingskoncentrationer. Derudover kan modellen bruges til at finde den endelige form og til at finde reaktioner på stålkonstruktionen, der understøtter taget.

11 CASES

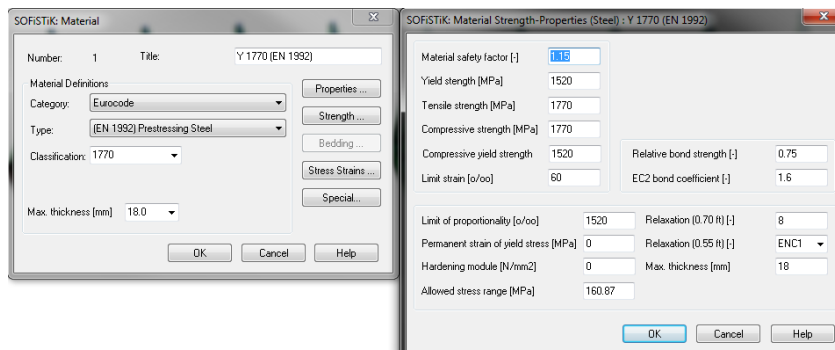
For at benytte og visualisere fordelene ved den parametriske model og muligheden for let overførsel mellem forskellige programmer, testes forskellige cases af modellen med forskellig geometri. Cases har samme materialer og dækker det samme areal 52 m x 30 m af sammenligningsgrunde. Der sammenlignes spændinger i lokalretningerne og reaktioner for de enkelte cases. Den maksimale Von Mises spænding i de enkelte lastilfælde angives også, for at kunne vurdere spændingen i forhold til materialets styrke.

De testede cases:

1. Randkabler (udgangspunktet)
2. Fast rand
3. Fladere konstruktion med justering af kabelradius
4. Større membranforspænding

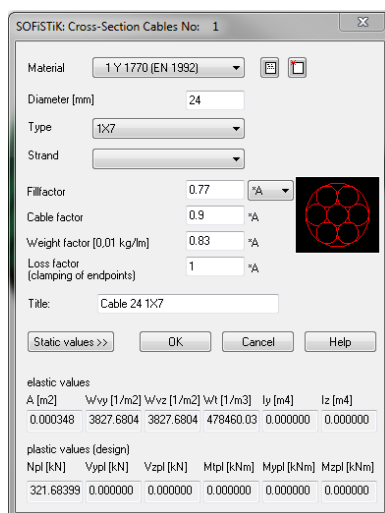
Materialer i modellerne:

Stål: F_u 1770MPa F_y 1520 MPa (EN 1992) materiale parametrene kan ses af Figur 11-1.



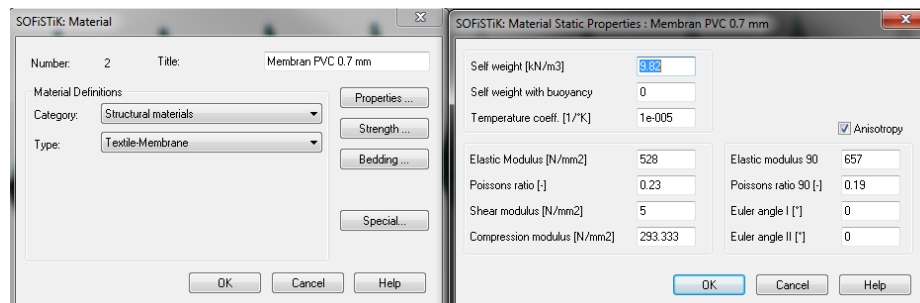
FIGUR 11-1: STÅLPARAMETRE

Kabler standard $\varnothing 24$ mm: (Alle kabler vil have dette tværsnit i alle Cases) Parametrene kan ses af Figur 11-2.



FIGUR 11-2: KABELPARAMETRE

Membran: Som membran er benyttet Mehler VALMEX FR 700 MEHATOP F – Type 1, tykkelse 0,7 mm. Styrke: 60 kN/m i både Warp og Weft retningen, svarende til en styrke på 85,7 MPa. Parametrene kan ses af Figur 11-3. Materialeparametrene er udregnet fra Mehlers egne datablade (Appendiks J), materialeparametrene udregnet kan findes i Appendiks D.

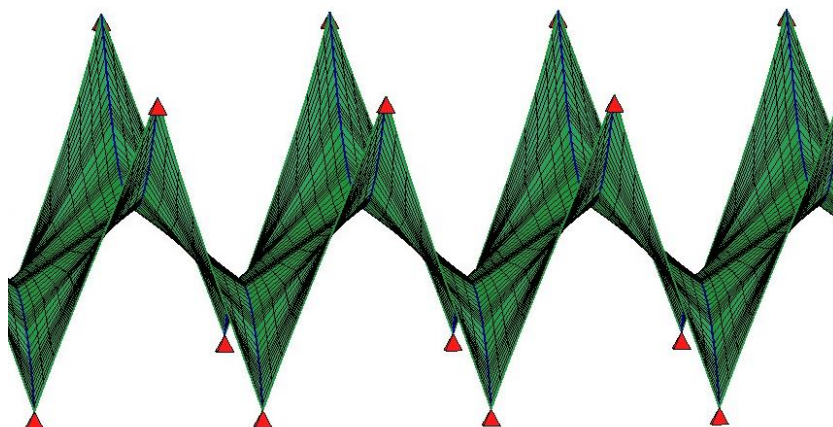


FIGUR 11-3: MEMBRANPARAMETRE

Spændings og deformationsfigurer er kun vist i Case 1 eller ved store afvigelser fra Case 1. Figurer til de resterende cases findes i Appendiks E, F og G. Datafilerne til alle cases kan desuden findes i Appendiks J.

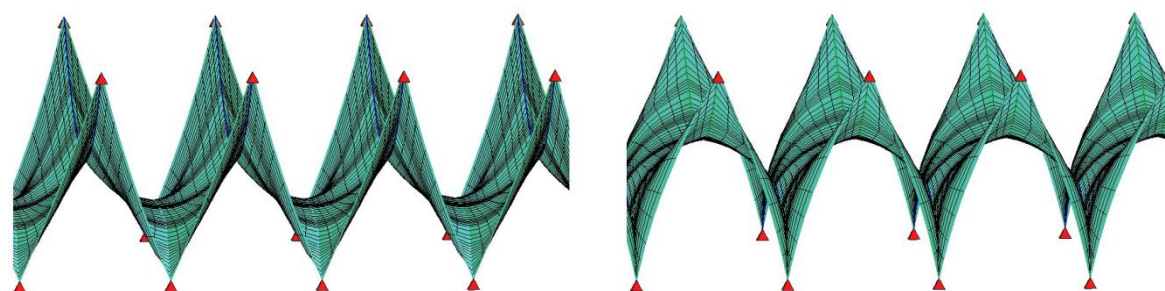
11.1 CASE 1: RANDKABLER

Denne case er udgangspunktet eller standard case og udgør sammenligningsgrundlaget. Modellen har samme parametre som for testmodellen i afsnit 10.6 med undtagelse af materialerne, som er ændret til de ovenforstående. Desuden er forspændingen i kablerne ændret til: 50 kN for de høje kabler, 66 kN for de lave og 35 kN for randkablerne. For membranen er forspændingen 1,2 kN/m i x-retningen og 3,2 kN/m i y-retningen. Forspændingerne er ændret, idet disse er udregnet efter radius af de enkelte kabler og den nye forspænding i membranen. Dermed giver det en mere stabil model, når den bliver belastet. Konstruktionen er Meshet på samme vis som i afsnit 10.6. Konstruktionen overføres til SOFiSTiK og beregnes, hvor følgende er observeret.



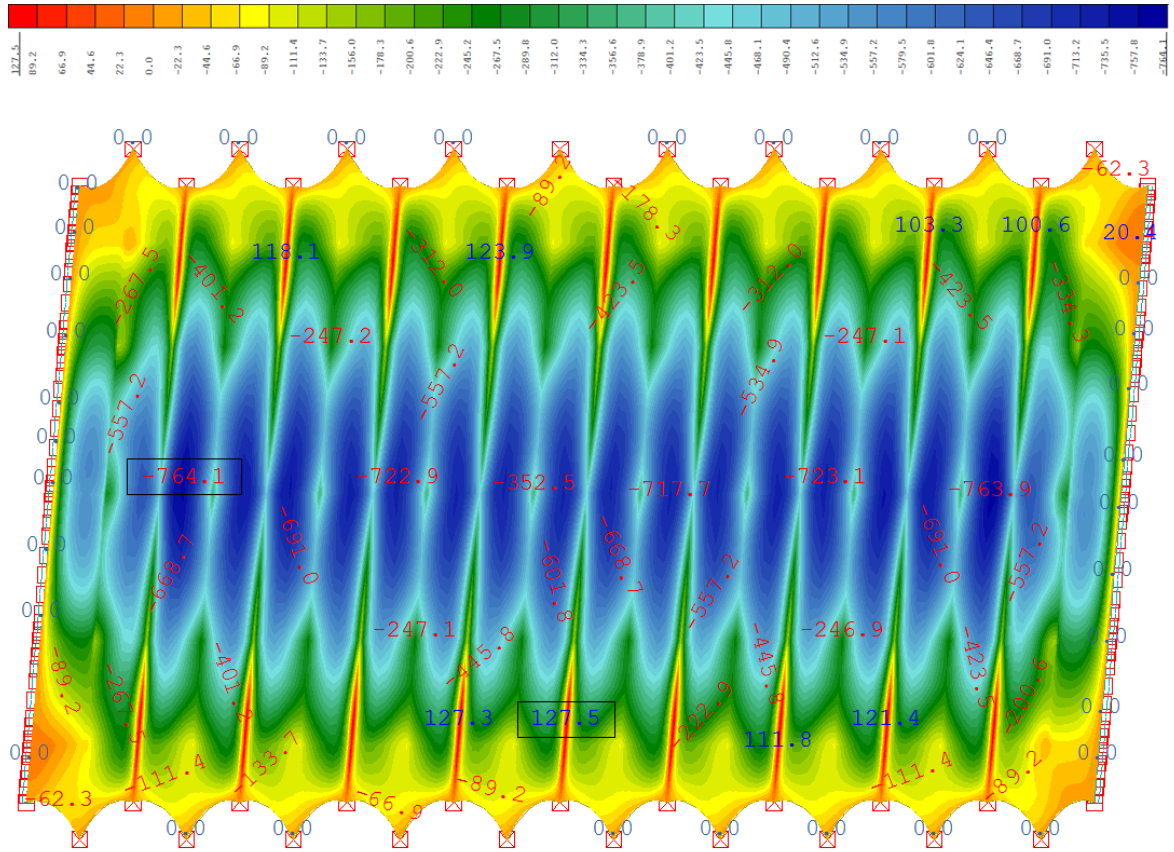
FIGUR 11-4: MEMBRAN MED EGENLAST

Dom. Snelast er den værste belastning og medfører store deformationer af membranen. Dog vil krumningen over de lave kabler ikke give anledning til ponding. Vindlast fra 90 grader på konstruktionen, altså vindlast fra y-retningen, giver anledning til de største opadrettede deformationer. Deformationer som følge af dominerende snelast og dominerende vindlast fra 90 grader kan ses af Figur 11-5. Det bemærkedes yderligere, at de to yderste af de høje kabler bliver trukket ind mod centrum af konstruktionen. Derfor kan det være nødvendigt at give disse en yderligere forspænding i en endelig konfiguration. Lasttilfældet med dominerende egenlast giver ikke anledning til nogen kritiske spændinger eller deformationer, idet egenvægten er meget lav for konstruktionen, og den er derfor udeladt i sammenligningerne.

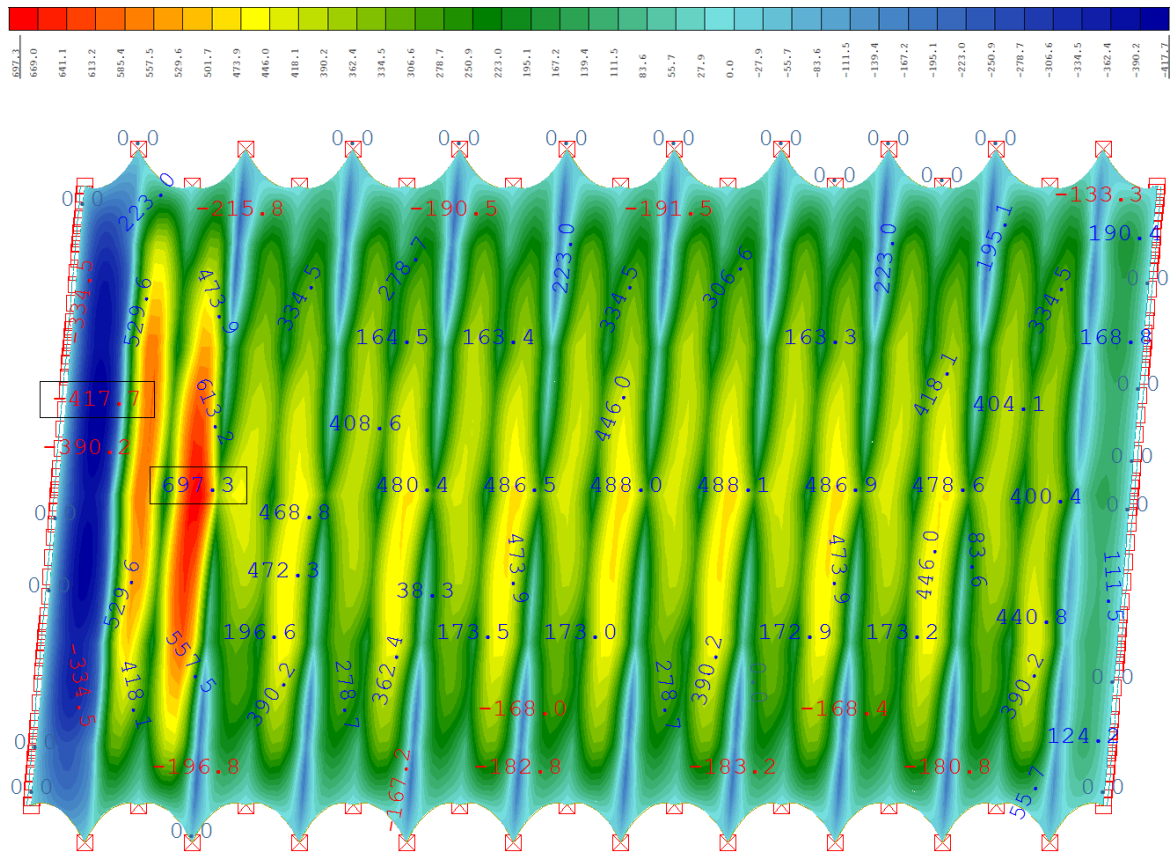


FIGUR 11-5: DEFORMATIONER. Tv.: DOM. SNE. Th.: DOM. VIND 90

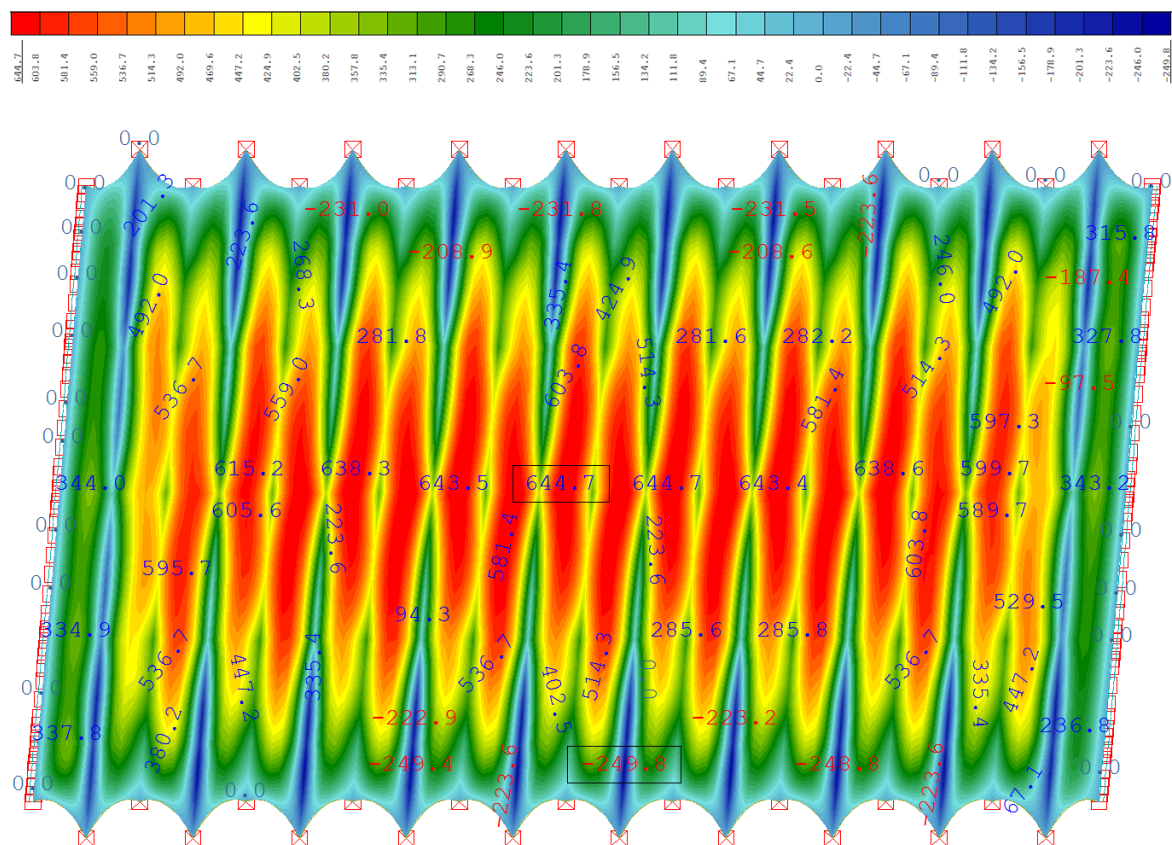
Betragtes deformationerne for Dom. Sne og Vindlast i Figur 11-6, Figur 11-7 og Figur 11-8, ses det, at der er meget store deformationer. Største nedadrettet deformation findes for snelasten på 76 cm i det blå område. Mens den største opadrettede finder sted ved vind fra 0/180 grader på ca. 70 cm fra udgangspunktet. Selve deformationsformerne fremstår logiske ud fra belastningen.



FIGUR 11-6: DEFORMATIONER FOR DOM. SNELAST (NEGATIV ER NEDAD)



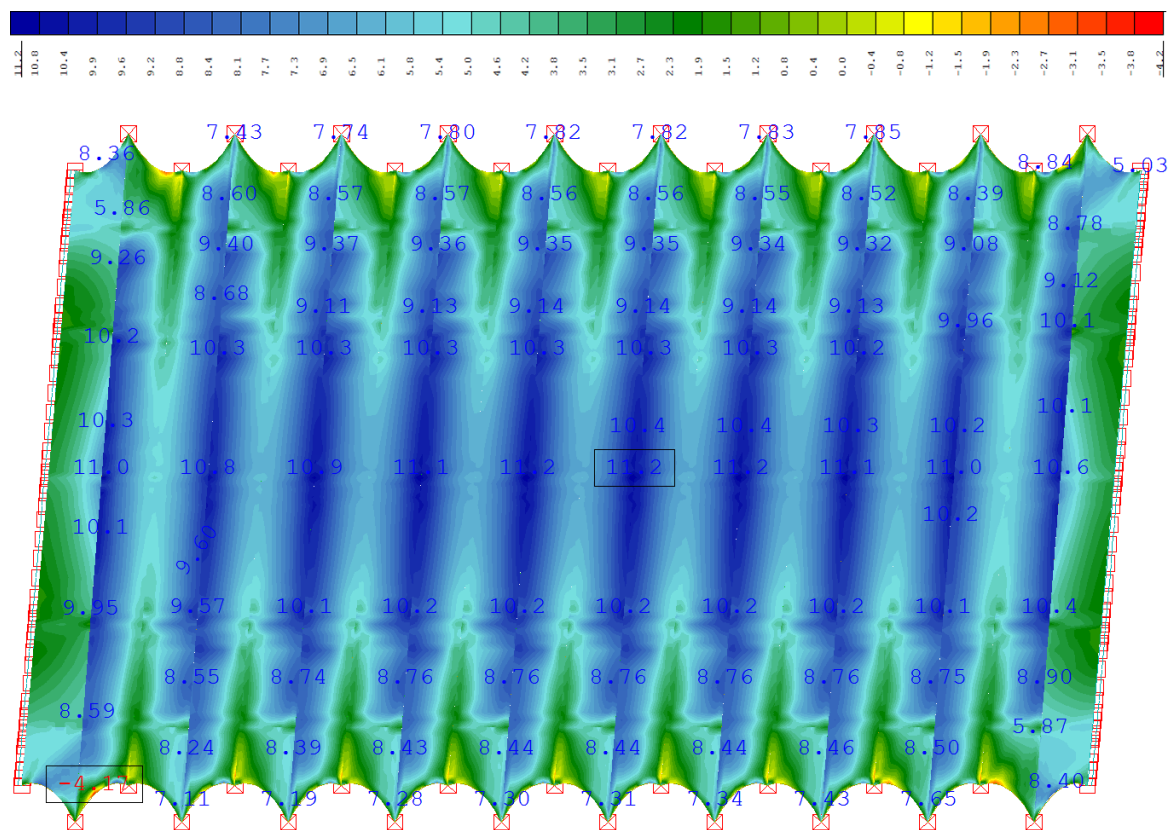
FIGUR 11-7: DEFORMATION FOR DOM. VIND 0/180 GRADER



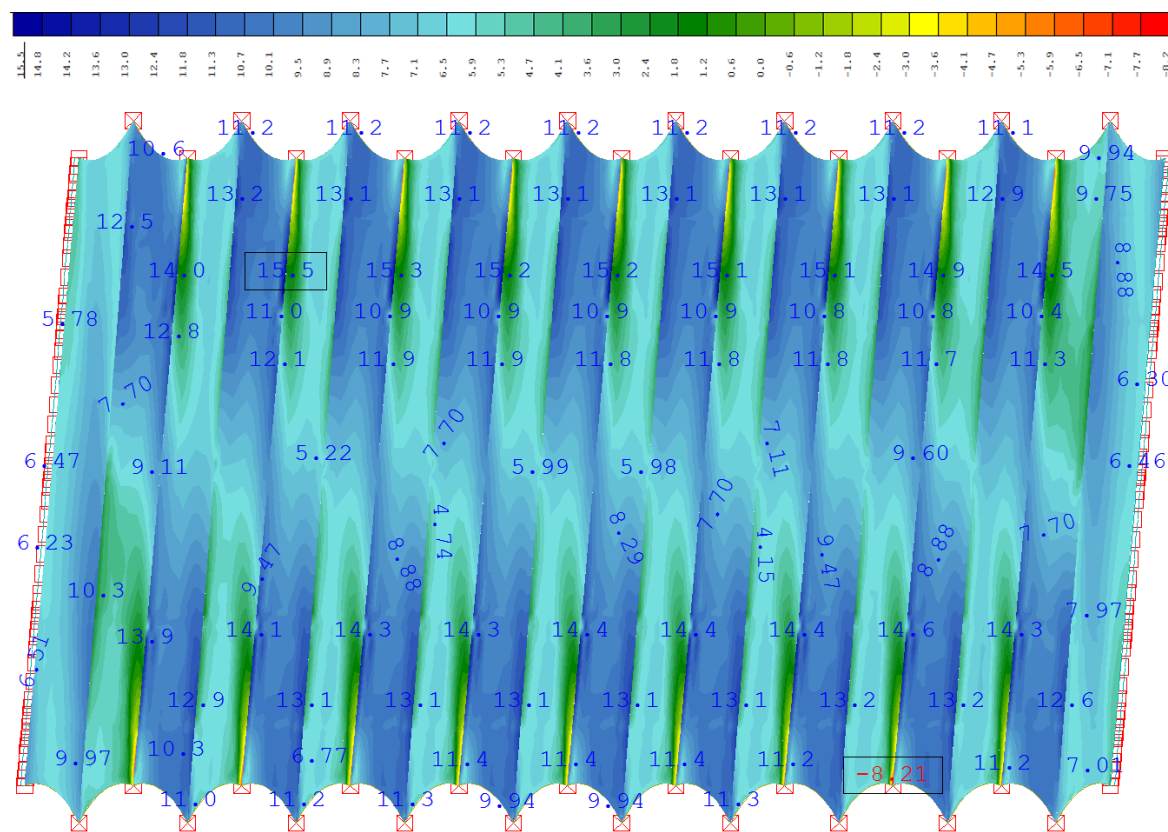
FIGUR 11-8: DEFORMATIONER FOR DOM. VIND 90 GRADER

De store deformationer er forventelige, når man arbejder med membrankonstruktioner, men inden for en hvis grænse. Det skal dog bemærkes, at membranen skifter krumningsretning men, at der ikke opstår resultater, som giver anledning til ponding. De store deformationer har givet anledning til Case 4, som er udført med større forspændinger men med samme konfiguration som denne case.

Betragtes spændingerne i membranen findes de største for Dom. Snelast og Dom. Vind 90 grader. Spændingsfordelingen for snelasten kan ses af Figur 11-9 og Figur 11-10. Det ses, at spændingen i x-retningen er størst midt på spændet, og at det i y-akseretningen er størst i den ene halvdel af hvert modul. I y-retningen sker ligeledes voldsomme spring henover kablet, hvor konstruktionen kan gå fra at have de største spændinger på den ene side til næsten ingen spænding lige på den anden side af kablet. Det ses af begge spændingstilstande, at der er en stor del af symmetri, som også er forventeligt ved en modulopbygget konstruktion. De største spændinger ligger i begge tilfælde langs et kabel og er i en zone af en hvis usikkerhed. De ligger mellem 11 og 16 MPa for de to retninger.

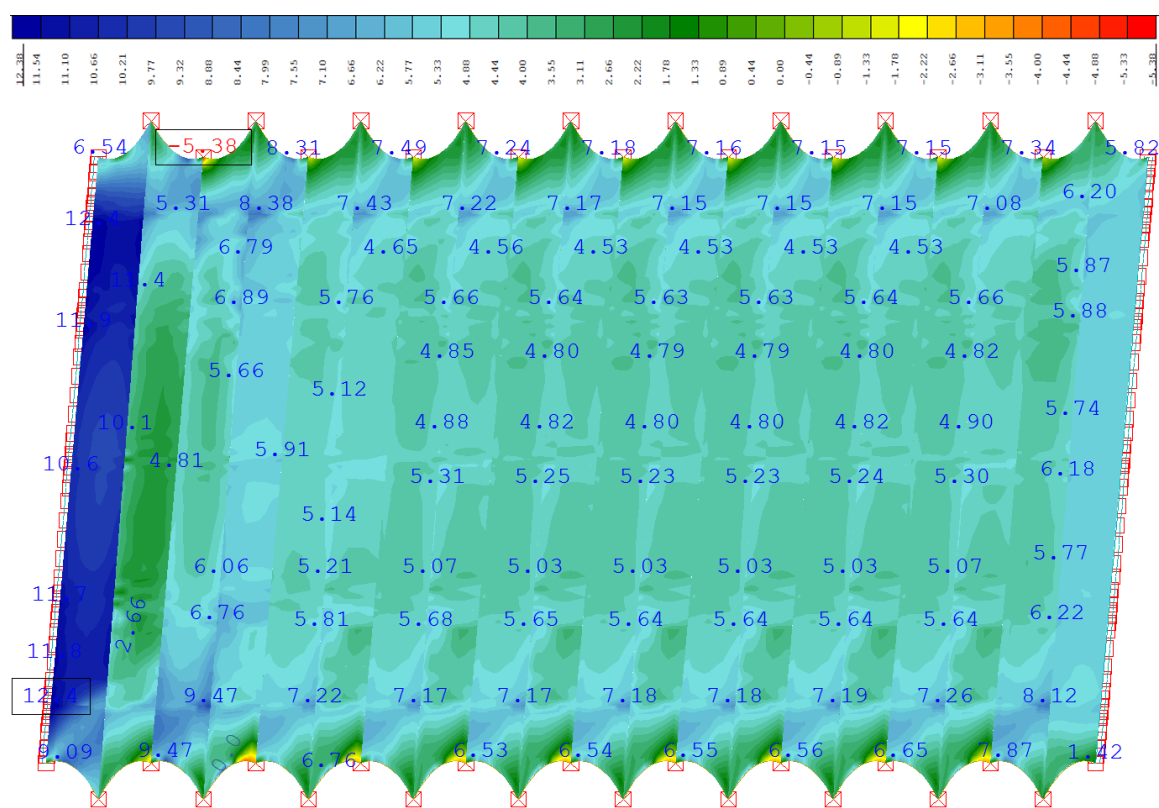


FIGUR 11-9: SPÆNDING I X-RETNING FOR DOM. SNELAST.

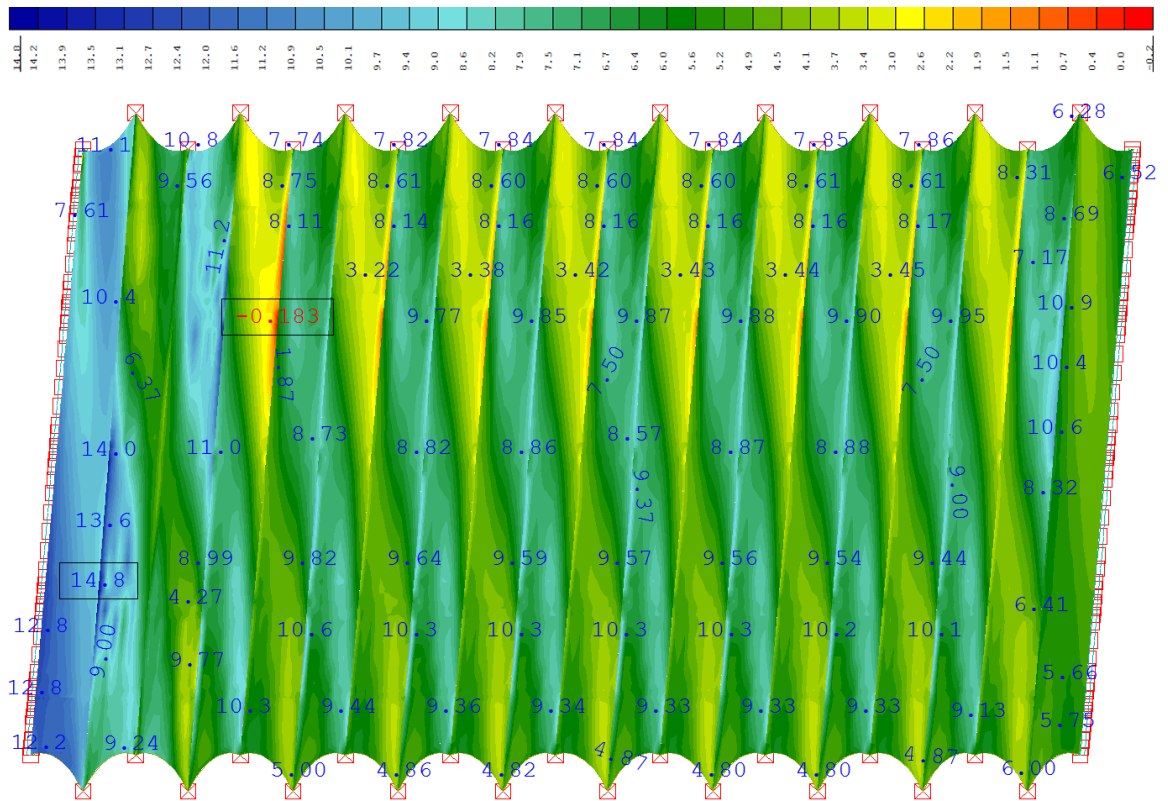


FIGUR 11-10: SPÆNDING I Y-RETNINGEN, DOM. SNELAST.

For Dom. Vind 0/180 graders retningen kan spændingerne i lokale retninger ses af Figur 11-11 og Figur 11-12. Af x-retningen ses det, at der er små områder med trykspændinger langs ved den ene side af randkablet ved de lave understøtninger. Det ses yderligere, at spændingen reduceres i områderne langs randkablerne, mens den er rimelig konstant i midten af konstruktionen. For den endeflade, som ligger i vindretningen, er spændingerne selvfølgelig størst både i x og y-retningen. Der opleves igen en symmetri i begge spændingsretninger. For y-retningen ses det, at spændingerne er størst i de lavtliggende områder af membranen og henover midten, hvilket er logisk, da det er i disse områder, at membranen bærer belastningen ved sug. De største spændinger ligger her mellem 12 og 15 MPa, og er igen hæftet med en vis usikkerhed, specielt for y-retningen hvor den ligger omkring kablet. Maksimalspændingen i X-retningen findes i endefladen, som også er hårdest belastet.

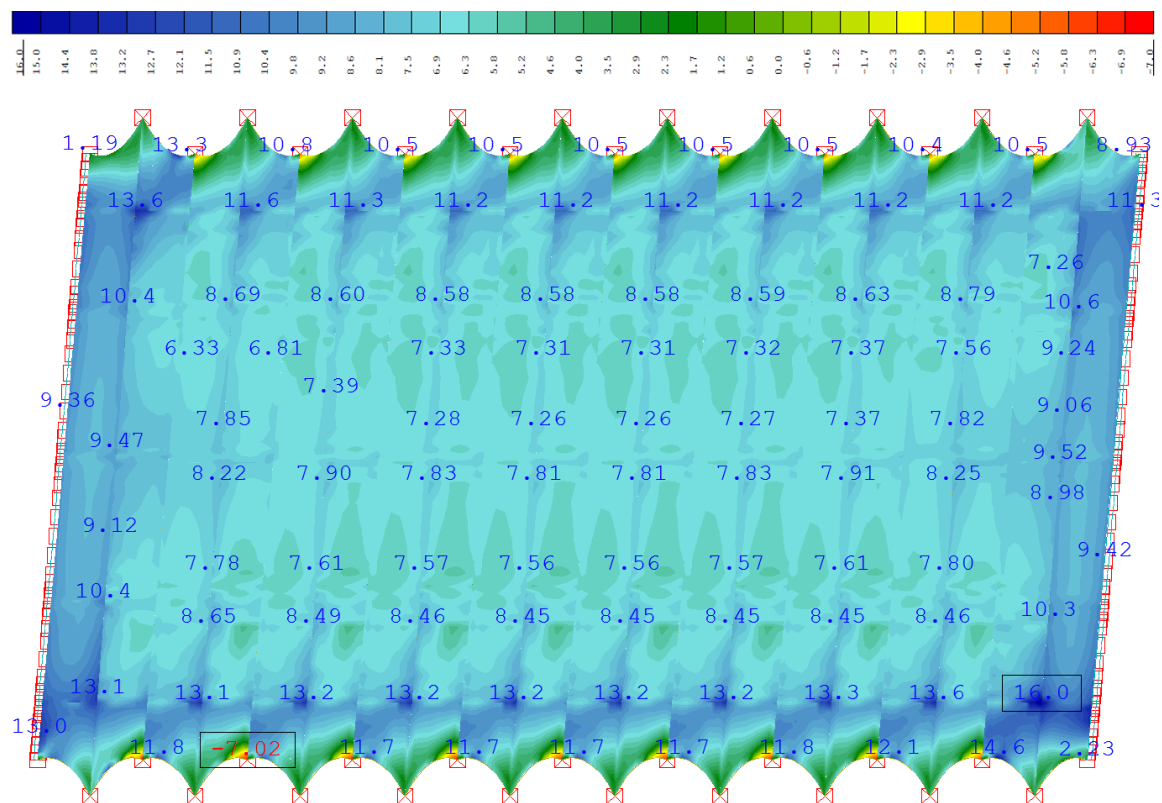


FIGUR 11-11: SPÆNDING I LOKAL X-RETNING FOR DOM. VIND 0/180 GRADER

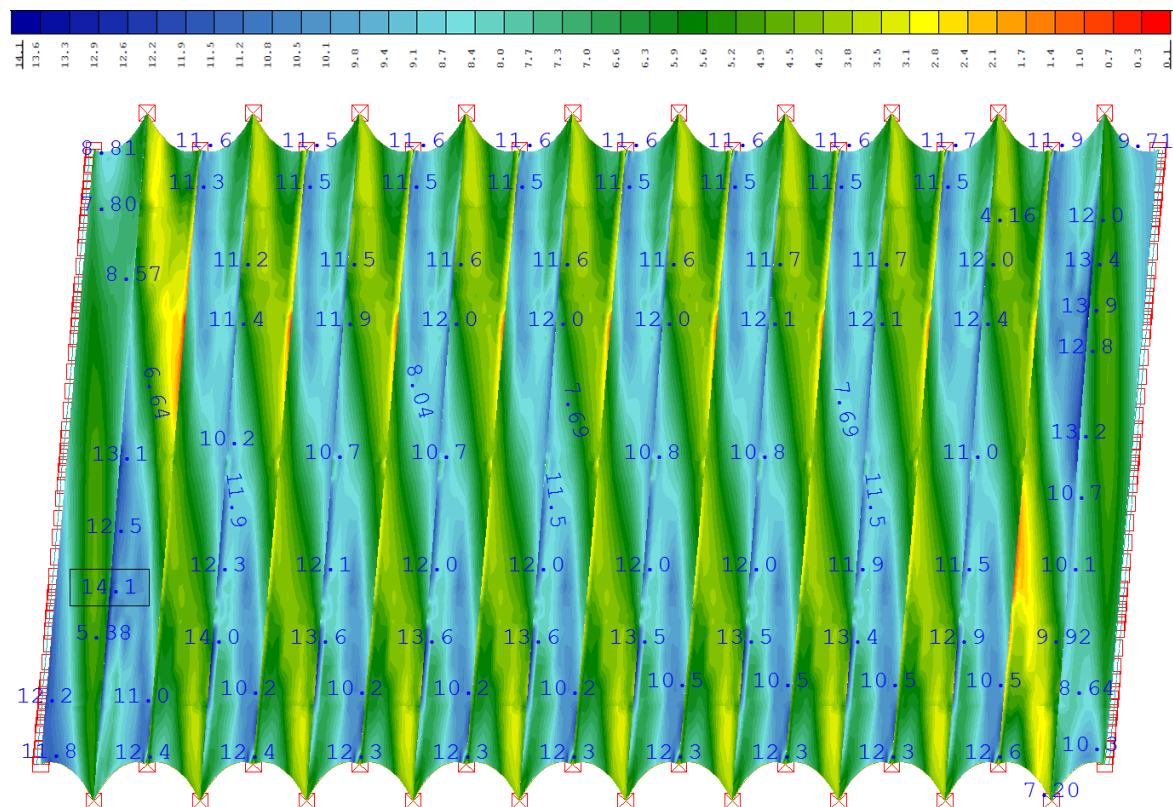


FIGUR 11-12: SPÆNDING I LOKAL Y-RETNING FOR DOM. VIND 0/180 GRADER

For Dom. Vind i 90 graders retningen kan spændingen i lokal x- og y-retning ses af Figur 11-13 og Figur 11-14. For x-retningen er spændingen meget ensartet i størstedelen af konstruktionen med undtagelse langs randkablerne, hvor den er reduceret. Her findes ligeledes diskontinuiteter, hvor membranen får trykspændinger ved de lave understøtninger. Der er ydermere diskontinuiteter ved overgangen fra de yderste lastgrupper til midtergrupperne, og disse giver anledning til maksimalspændingen på 16 MPa, som findes i det mørkeblå felt i højre hjørne af konstruktionen. De største spændinger for begge retninger ligger mellem 14 og 16 MPa og er meget usikre, da det er i diskontinuitetszoner langs randkablet disse findes. Disse diskontinuiteter findes, fordi membranen er opdelt i lastgrupperne, og fordi den geometriske overgang mellem disse grupper giver en diskontinuitet.



FIGUR 11-13: SPÆNDING I LOKAL X-RETNING FOR DOM. VIND. 90 GRADER



FIGUR 11-14: SPÆNDING I LOKAL Y-RETNING FOR DOM. VIND 90 GRADER.

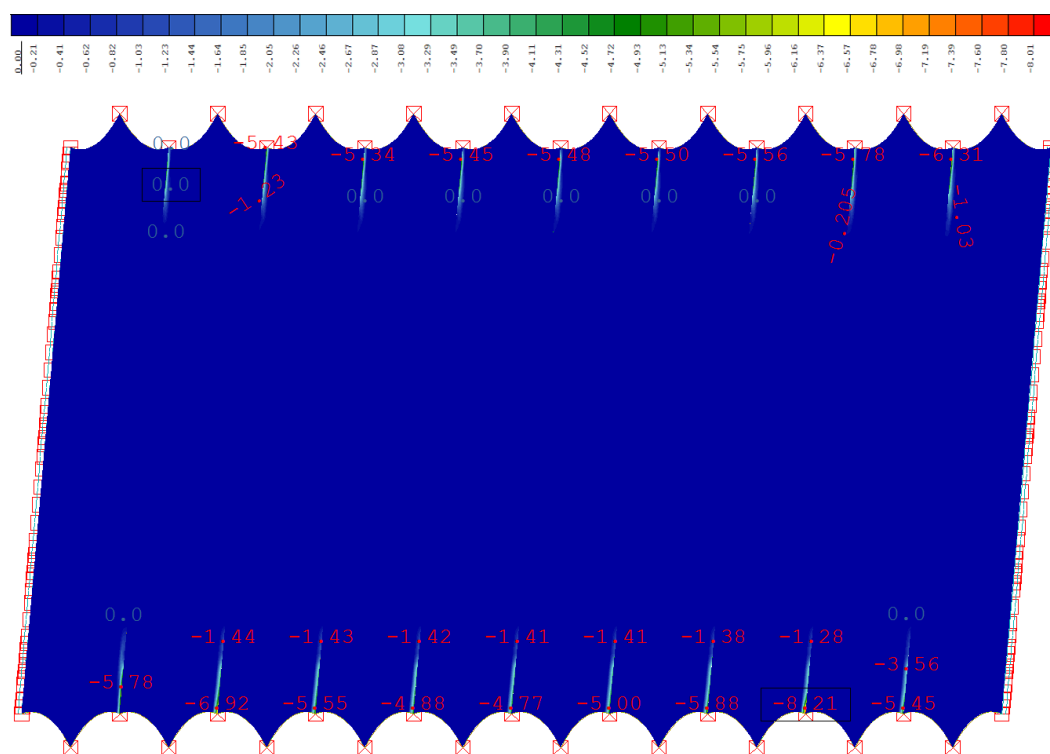
Y-retningen i Figur 11-14 ligner meget Figur 11-12 med undtagelse af endefladerne. Det skyldes, at vindretningen er drejet 90 grader, således at endefladerne ikke længere er påvirket signifikant anderledes end resten af konstruktionen. Alle spændingerne er angivet i Tabel 11-1.

Det bemærkes, at Von Mises spændingerne i alle lasttilfælde er væsentligt under membranens styrke på de 85,7 MPa.

Lasttilfælde	x-retning [MPa]	y-retning [MPa]	V. Mises [MPa]
Dom. Sne	11,2	15,5	13,9
Dom. Vind 0/180	12,4	14,8	13,3
Dom. Vind 90	16,0	14,1	15,6

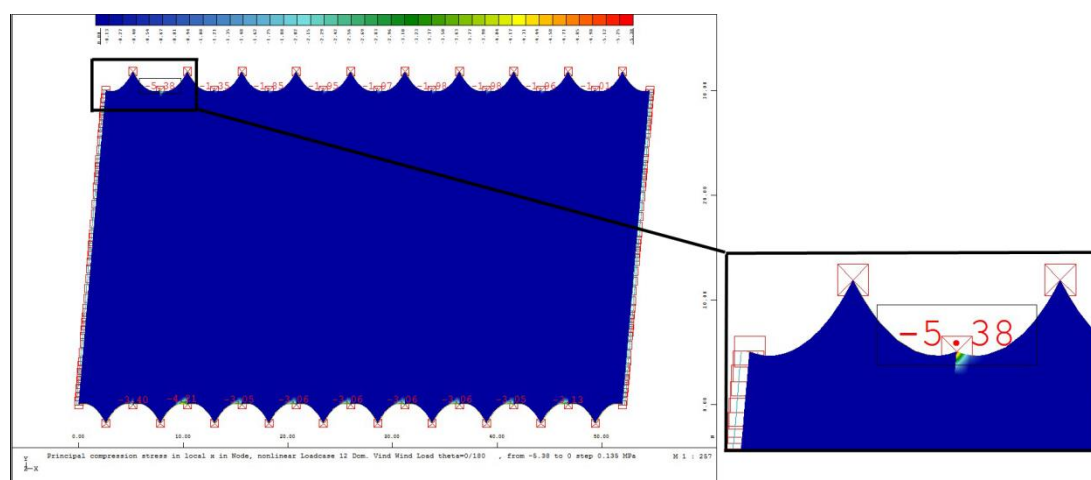
TABEL 11-1: MAKSIMALE SPÆNDINGER FOR CASE 1

Membranen er primært i rent træk i alle lasttilfælde, men der findes dog nogle små koncentrationer af tryk. Disse opstår for Dom. Snelast i y-retningen, og de er meget lokalt placeret omkring den sidste fjerdedel af de lave kabler. De kan ses af Figur 11-10 og Figur 11-15. De forekommer ligeledes kun på den ene side af kablet. Det ses af alle spændingsfigurer, som viser x-retningen, at der er spændingsfald langs kanten. Det skyldes formentlig, at randkablet har en lavere stivhed end en fast rand, og derfor bliver spændingen mindre her.



FIGUR 11-15: SPÆNDINGSDISKONTINUITETER (TRYKSPÆNDING), Y-RETNING, DOM. SNE.

Der forekommer ligeledes diskontinuiteter langs randkablerne for Dom. Snelast i x-retningen og for Dom. Vindlast 0/180 grader på konstruktionen (vind fra x-retningen). For Dom. Sne er de placeret midt på randkablet, og for vindlasten tæt på understøtningerne for de lave kabler, men kun i fra den ene side, dette er illustreret i Figur 11-16.



FIGUR 11-16: SPÆNDINGSDISKONTINUITETER FOR DOM. VIND 0/180 GRADER

Diskontinuiteternes placeringer og mangel på ensartede resultater antyder, at det kan skyldes meshets størrelse eller en fejl i modellen. Det kan måske også skyldes, at elementernes lokale koordinatsystem er drejet en smule i grupperne langs randkablerne. Det har imidlertid ikke været muligt at fjerne disse diskontinuiteter ved at ændre forspændingerne. Diskontinuiteterne er dog en undersøgelse værdig i en endelig detaljering af membranen.

Det er observeret, at membranen i forskydning ikke overstiger $\pm 0,72$ MPa i spænding for alle lasttilfælde. Det betyder, at risikoen for folder i membranen er meget lille, da trækspændingen generelt i membranen er meget større.

De største reaktioner findes for Dom. Snelast. Der aflæses både for en understøtning for de høje kabler og for en understøtning af de lave kabler. Komposanterne for de to reaktioner kan ses af Tabel 11-2 og Tabel 11-3. Komposanten i x-retningen skyldes de to stålkonstruktions arkader er forskudt med et halvt modul i x-retningen, og derfor opstår denne komponent. Y- og z-retningerne er de to primære bæreretninger, så derfor er disse selvfølgelig størst. Reaktionernes størrelse er meget voldsomme, og det ses, at den horisontale kraft som følge af snelasten, for de høje kabler er næsten 10 gange større end forspændingen. Var den Dom. Vindlast i stedet betragtet ville det have været det omvendte billede som tegnede sig, altså, at reaktionen er størst i de lave punkter og mindst i de høje punkter. Med fokus på konstruktionen og den kraft, der føres til fundamentet, vil snelastens reaktion give anledning til

større reaktioner på fundamentet og i særdeleshed større forankringsnødvendighed, og derfor er denne i fokus.

Global komponentretning	Kraft [kN]
X	-29,6
Y	-463,0
Z	267,1
Samlet (vektor)	535,3

TABEL 11-2: REAKTIONER FOR HØJT PUNKT (DOM. SNE).

Global komponentretning	Kraft [kN]
X	-5,06
Y	-9,1
Z	-87,2
Samlet (vektor)	87,8

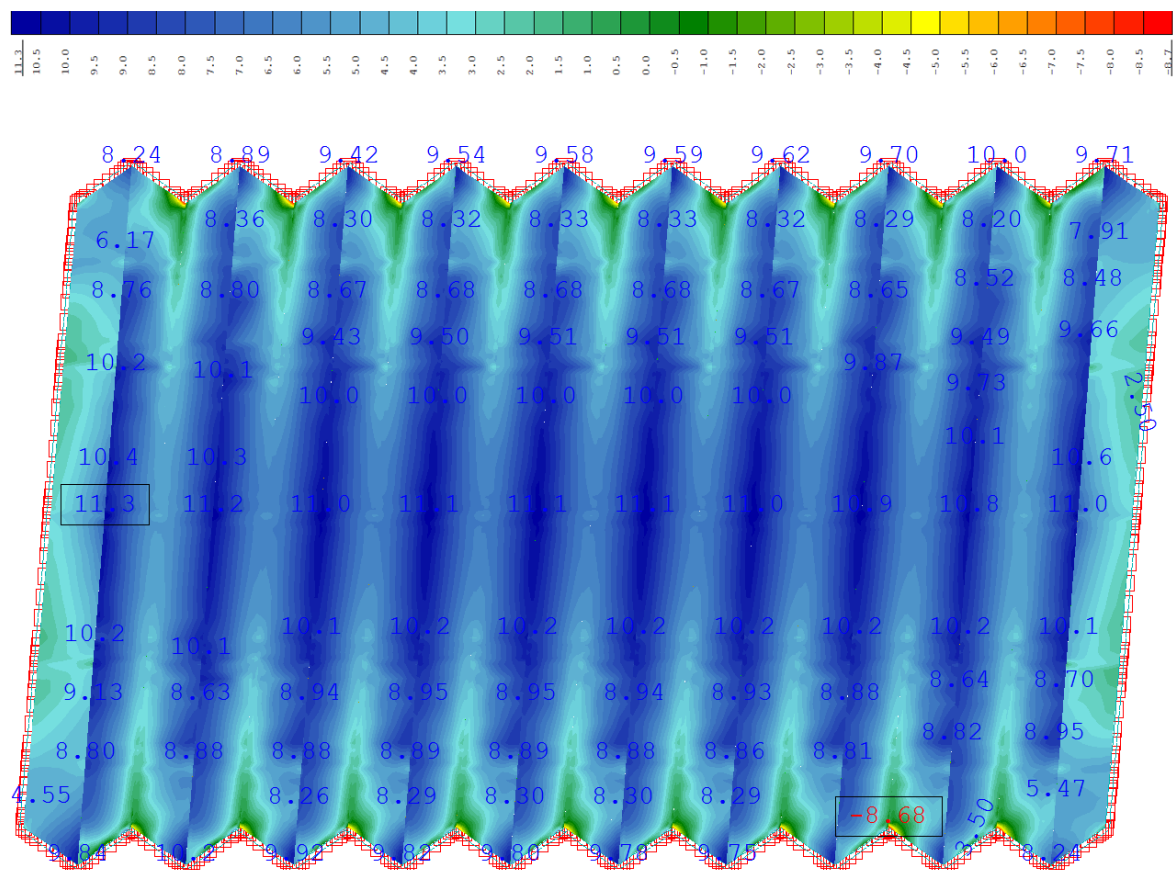
TABEL 11-3: REAKTIONER FOR LAVT PUNKT (DOM. SNE).

11.2 CASE 2: FAST RAND

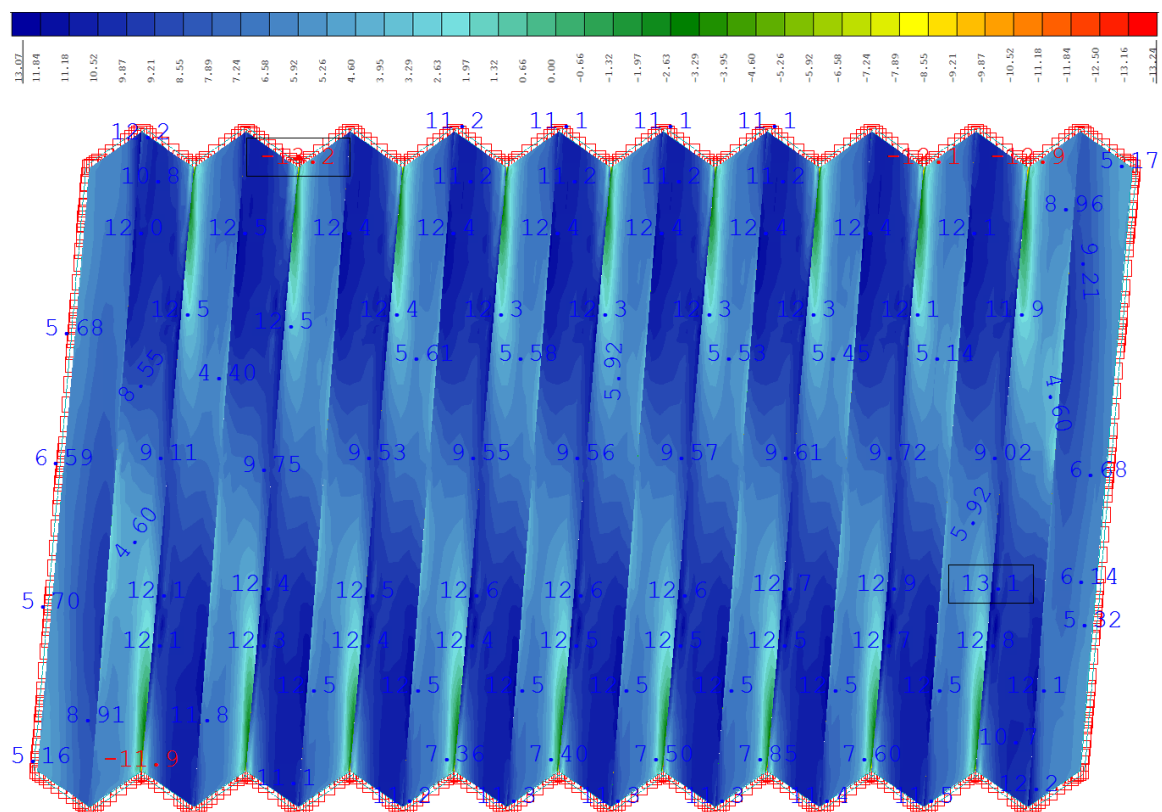
Konstruktionen har samme egenskaber som for Case 1, dog er randkablerne udskiftet med en fast rand, som hvis membranen var understøttet hele vejen langs randen.

Deformationerne for denne case er næsten identiske med Case 1 for alle lasttilfælde og svinger kun nogle få mm. Med en maksimal deformation for sne på 76 cm nedadrettet og for begge vind tilfælde 70 cm opadrettet. Langs randen, der nu er fastspændt, er der dog mindre deformationer generelt, hvilket også er forventeligt, da konstruktionen er mere stiv her end tidligere.

Spændingerne er langt mere ensartede i membranen for snelasten, når der er fast rand. Der findes dog stadig diskontinuiteter ved de lave understøtninger langs kablet. Disse og spændingerne kan ses i Figur 11-17 og Figur 11-18. De største spændinger for snelasten ligger mellem hhv. 11 og 13 MPa i de to retninger.

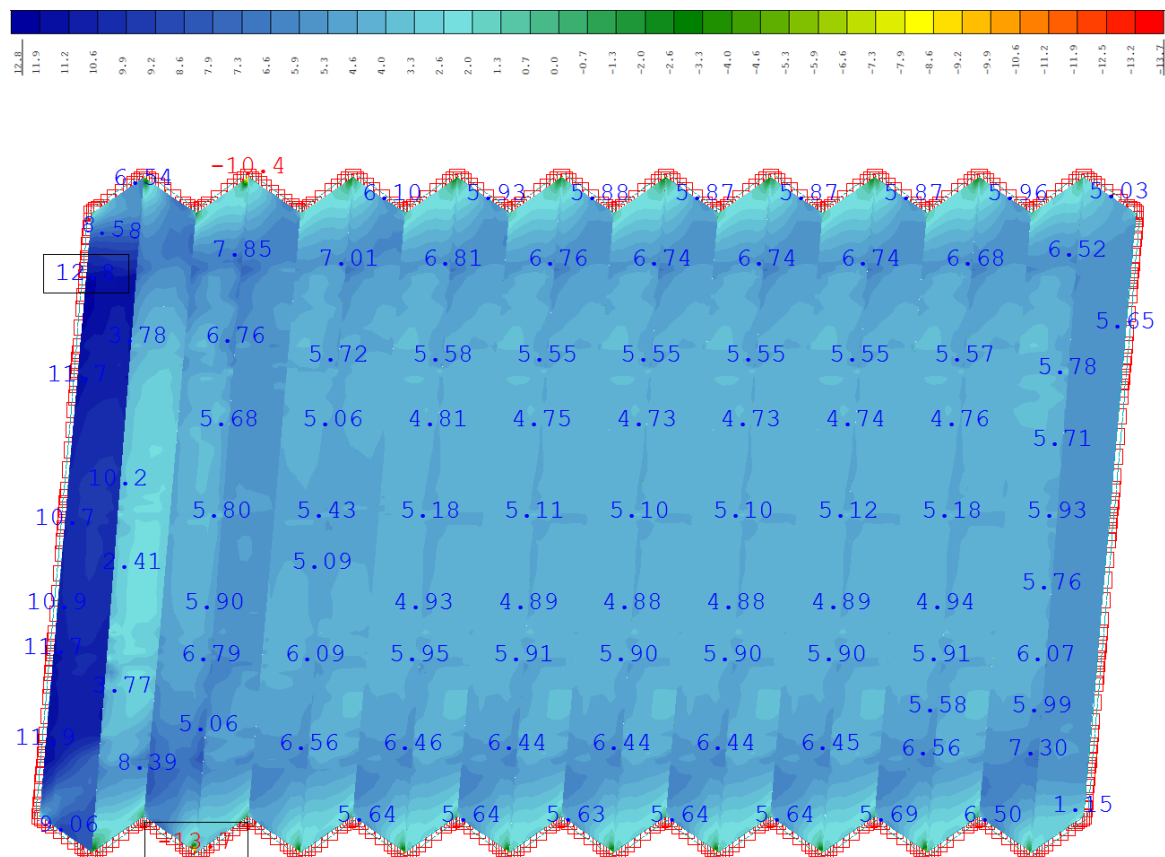


FIGUR 11-17: SPÆNDINGER I LOKAL X-RETNING FOR DOM. SNE

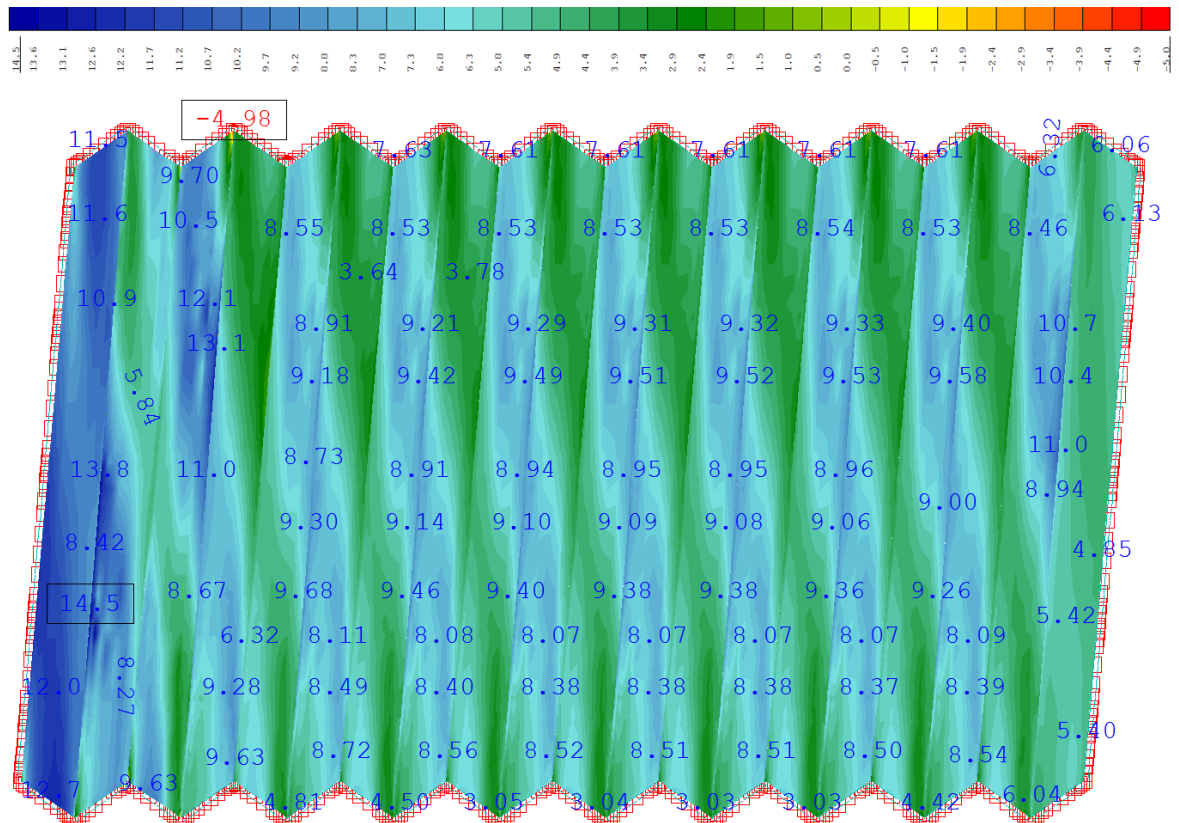


FIGUR 11-18: SPÆNDINGER I LOKAL Y-RETNING FOR DOM. SNE

For vindlasterne ses det af Figur 11-19 og Figur 11-20, at der også her er en mere ensartet spændingsfordeling i membranen. Den bærende del fremgår igen af spændingsfordelingen i y-retningen, hvor området omkring de lave kabler har størst spænding. Der er dog stadig tydelige diskontinuiteter omkring kablerne. De største spændinger for hver retning ligger på hhv. 12,8 og 14,5 MPa.



FIGUR 11-19: SPÆNDINGER FOR DOM. VINDLAST 0/180 GRADER I X-RETNING



FIGUR 11-20: SPÆNDINGER FOR DOM. VINDLAST 0/180 GRADER I Y-RETNING

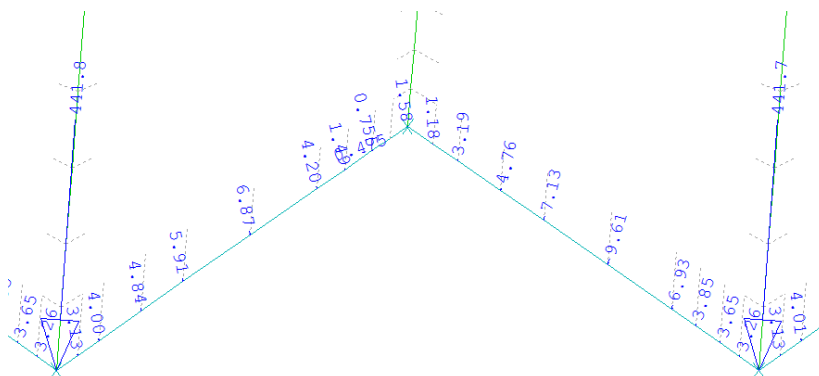
Samme billede gør sig gældende for Dom. Vindlast i 90 graders retningen, her er de største spændinger i de to retninger hhv. 15,1 og 14,3 MPa. Spændingerne for de 3 lasttilfælde er angivet i Tabel 11-4.

Det bemærkes, at Von Mises spændingerne i alle lasttilfælde er væsentligt under membranens styrke på de 85,7 MPa.

Lasttilfælde	x-retning [MPa]	y-retning [MPa]	V. Mises [MPa]
Dom. Sne	11,3	13,1	14,0
Dom. Vind 0/180	12,8	14,5	13,0
Dom. Vind 90	15,1	14,3	13,8

TABEL 11-4: MAKSIMALE SPÆNDINGER FOR CASE 2

Reaktionerne er primært sammenlignelige for det høje punkt, idet dette punkt bærer store dele af snelasten, mens det lave punkt får hjælp af den nu faste rand. Det ses af Tabel 11-5, at reaktionerne punktvist er lidt mindre for det høje punkt end i Case 1. Men det skyldes, at en del af kraften også her vil gå i den faste rand. Så i stedet for at påvirke konstruktionen kraftigt i et punkt, vil reaktionen spredes en smule ned af randen. Dette vil medføre en momentpåvirkning og bøjning af den påvirkede stang. Momentpåvirkningen er dog ikke ubetydelig, og kan ses af Figur 11-21. Det ses, at der vil være højest træk i midten af stangen og op mod toppen, mens det lave punkt ikke tager meget last. Det er også logisk, når det er for snelasten.



FIGUR 11-21: LAST PÅ RANDEN I VEKTORIEL RETNING FOR DOM. SNE.

Derudover er der ikke længere et randkabel, som kræver forspænding, og det er også med til at forklare den mindre reaktion.

Global komponentretning	Kraft [kN]
X	-30,1
Y	-401,8
Z	181,0
Samlet (vektor)	441,8

TABEL 11-5: REAKTIONER FOR HØJT PUNKT (DOM. SNE).

Global komponentretning	Kraft [kN]
X	0,02
Y	-1,3
Z	0,9
Samlet (vektor)	1,58

TABEL 11-6: REAKTIONER FOR LAVT PUNKT (DOM. SNE).

For at få et sammenligningsgrundlag er reaktionerne langs randen summeret op og samlet i understøtningerne for kablerne. Således er lasterne på halvdelen af hver stang tildelt reaktionerne ved kablerne i hhv. den høje og lave understøtning. Denne opsummering kan ses af Tabel 11-7 og Tabel 11-8. Der findes nu langt mere sammenlignelige værdier for reaktionerne. Komponenten i y-retningen for det høje punkt er 58,2 kN mindre end for Case 1, mens z-retningen er 86,9 kN mindre, mens der er en numerisk forskel på reaktionerne i x-retningen på 5,5 kN. For det lave understøtningpunkt er der meget små kræfter på nær y-retningen, som har 29,6 kN mod de 9,1 kN i Case 1. For z-retningen ses det, at der bæres overaskende lidt i denne situation i forhold til Case 1. Kun 6 kN i forhold til de -87,2 kN. Denne store kraft kommer uden tvivl fra forspændingen i randkablet.

Global komposantretning	Kraft [kN]
X	-35,1
Y	-445,6
Z	180,2
Samlet (vektor)	487,0

TABEL 11-7: SUMMERET REAKTION FOR HØJT PUNKT (DOM. SNE).

Global komposantretning	Kraft [kN]
X	-0,05
Y	-29,6
Z	6,0
Samlet (vektor)	31,6

TABEL 11-8: SUMMERET REAKTION FOR LAVT PUNKT (DOM. SNE).

Det ses af sammenligningen, at Case 2 synes at være mere effektiv, hvis man betragter reaktionerne. Dog på den bekostning, at der skabes et moment i stålstængerne, som bærer konstruktionen. Det skal også bemærkes, at for det beskuede lasttilfælde, er der mere last på Case 2 end på Case 1, idet der er et mindre areal af membranen på grund af randkablerne.

11.3 CASE 3: FLADERE KONSTRUKTION MED JUSTERING AF KABELRADIUS

I Case 3 er toppunktshøjden sænket til 6,1 m, de lave kabler er nu kun 1,0 m over understøtningen på midten, og de høje kabler er justeret lidt op til kun at have en nedbøjning på 3,0 m på midten fra de høje understøtninger. Disse justeringer betyder, at det er nødvendigt at ændre forspændingen af kablerne til følgende: De høje kabler ændres til 59 kN, de lave kabler til 137 kN og randkablerne til 25 kN. Denne case vil geometrisk også svare til at ændre bredden på konstruktionen. Det er dog undladt at lave en case med mindre bredde af sammenligningsgrunde, fordi en smallere konstruktion ikke vil have nær så stor belastning, idet det belastede areal vil være mindre.

De største deformationer i denne case ligger på 76 cm nedbøjning for snelasten og 94 cm opadrettet deformation for vindlasterne. Deformationsfigurerne ligner Case 1, hvilket også er forventeligt.

Spændingsfordelingen for alle lasttilfælde ligner Case 1, og de har også nogenlunde samme størrelsesorden. Spændingsværdierne er samlet i Tabel 11-9.

Det bemærkes, at Von Mises spændingerne i alle lasttilfælde er væsentligt under membranens styrke på de 85,7 MPa.

Lasttilfælde	x-retning [MPa]	y-retning [MPa]	V. Mises [MPa]
Dom. Sne	13,0	14,2	17,5
Dom. Vind 0/180	12,3	14,4	15,8
Dom. Vind 90	17,1	13,8	20,6

TABEL 11-9: MAKSIMALE SPÆNDINGER FOR CASE 3

Reaktionerne for de maksimalt belastede understøtninger, som følge af snelast, kan ses af Tabel 11-10 og Tabel 11-11. Sammenlignes de med

Case 1, ses det, at der er en noget større reaktion for begge understøtninger. Det skal dog pointeres, at denne case har større forspænding for at holde formen, og det har selvfølgelig indflydelse på kraften. Den fladere konstruktion er altså ikke ønskværdig. Det har også en god sammenhæng med teorien for sammenhængen mellem krumning, belastning og forspænding i kablet. Det skyldes, at den meget flade konstruktion leder til lavere krumningsradius, og dermed skal der større forspænding til at finde ligevægt.

Global komponentretning	Kraft [kN]
X	-33,4
Y	-523,3
Z	252,1
Samlet (vektor)	581,8

TABEL 11-10: REAKTIONER FOR HØJT PUNKT (DOM. SNE).

Global komponentretning	Kraft [kN]
X	-10,8
Y	-76,8
Z	72,0
Samlet (vektor)	105,8

TABEL 11-11: REAKTIONER FOR LAVT PUNKT (DOM. SNE).

11.4 CASE 4: STØRRE FORSPÆNDING

Denne case tager udgangspunkt i Case 1, og har samme parametre. Men for at undersøge om det er muligt, at minimere deformationerne ved en justering af forspændingen er denne ændret til 168 kN for de høje kabler, 220 kN for de lave kabler, 175kN for de høje kabler i hver sin ende, og 77kN for randkablerne. Disse større forspændinger hænger sammen med en ændring af forspændingen for membranen, som er øget til 4 kN/m i x-retningen og 7 kN/m i y-retningen.

Membranen deformerer nu maksimalt 60 cm nedad for den dominerende snelast på midten som for Case 1. Den deformerer maksimalt 51 cm opad for de to vindlasttilfælde. Det er en reduktion på 16 cm for den nedadrettede deformation og næsten 20 cm for vindlasterne, som deformerer membranen opad.

Spændingerne i membranen er ikke ændret voldsomt, den er kun forøget med få MPa på trods af den øgede forspænding, som det ses af Tabel 11-12. Det generelle billede af spændingsfordelingen er også det samme som for Case 1.

Lasttilfælde	x-retning [MPa]	y-retning [MPa]	V. Mises [MPa]
Dom. Sne	13,0	18,2	16,0
Dom. Vind 0/180	13,9	17,0	15,1
Dom. Vind 90	16,1	17,2	15,0

TABEL 11-12: MAKSIMALE SPÆNDINGER FOR CASE 4

Sammenlignet med Case 1 er reaktionerne som følge af den øgede forspænding i kablerne, som kan ses af Tabel 11-13 og Tabel 11-14, samlet set mere ned 100 kN større for både den lave og den høje understøtning. Det er logisk, fordi forspændingen er øget i samme omfang. Den meget store ekstra kraft er ikke rentabel i forhold til den meget lille ændring af deformationens størrelse. Den forholdsvist lille ændring af forspændingerne for membranen medførte meget store nødvendige forspændinger for kablet på grund af de lange spænd. En ændring af geometrien vil derfor nok være en mere rentabel måde at bringe reaktionen ned i størrelse på.

Global komponentretning	Kraft [kN]
X	-37,2
Y	-566,6
Z	353,3
Samlet (vektor)	668,7

TABEL 11-13: REAKTIONER FOR HØJT PUNKT (DOM. SNE).

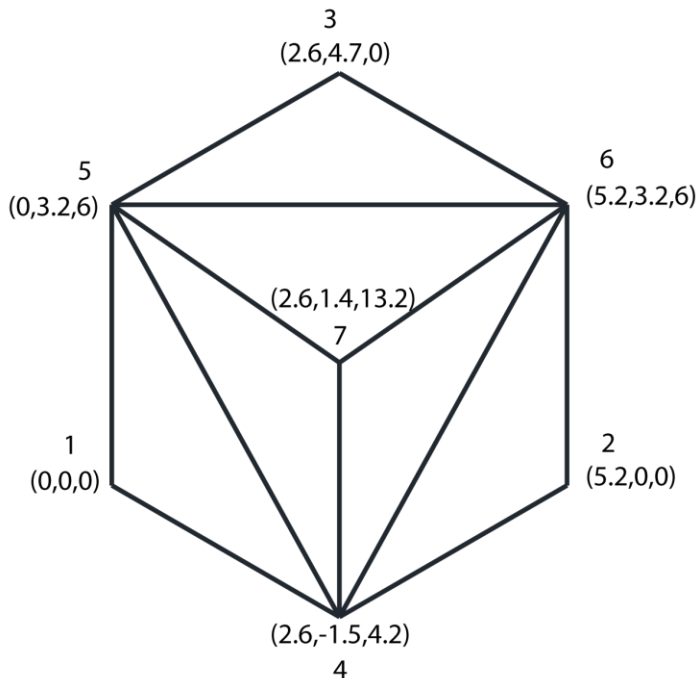
Global komponentretning	Kraft [kN]
X	-14,5
Y	-129,3
Z	-173,5
Samlet (vektor)	216,8

TABEL 11-14: REAKTIONER FOR LAVT PUNKT (DOM. SNE).

12 STÅLKONSTRUKTION

For at få et overslag af dimensionerne, der kræves for stålkonstruktionen samt størrelsen af kræfterne på fundamentet, er de fundne reaktioner fra Case 1 fra afsnit 11.1 og Case 2 fra afsnit 11.2 benyttet til at belaste stålkonstruktionen med. Det ønskes at finde dimensioner og reaktioner på fundamentet og derfor benyttes det lille, men meget kraftige rammeprogram Analysis, som er udviklet af Cuylaerts Engineering i Belgien [15]. Det kan beregne og dimensionere stålkonstruktioner efter Eurocode 3. Programmet er tilgængeligt som en gratis demo med et bergænset antal tilladelige knuder. Der er dog rigeligt til at lave en analyse af stålkonstruktionen. Det er valgt kun at analysere de to første cases, idet disse har de mest funktionelle konfigurationer.

Stålkonstruktionen er udført efter mål fra arkitektforslaget og med den samlede højde af konstruktionen fra Case 1. Det betyder, at konstruktionen får koordinater som vist i Figur 12-1. Det ses af figuren, at den samlede højde bliver 13,2 m, angivet i knude 7, som er en lidt højere end den foreslåede konstruktion fra arkitektforslaget, som var ca. 11 m. Understøtningerne for konstruktionen findes i knuderne 1, 2 og 3, hvor knude 3 er udsat for tryk og 1 og 2 er i træk.



FIGUR 12-1: STÅLKONSTRUKTION FRA CASE 1 SET FRA OVEN MED KNUDEKOORDINATER.

12.1 STÅLKONSTRUKTION OG REAKTIONER PÅ FUNDAMENTET FOR CASE 1

Konstruktionen tildeles initialt et rundt tværsnit med diameter 219,1 mm og materialetykkelse på 10 mm. Konstruktionen belastes med de fundne reaktioner fra Case 1, hvor knuderne 5 og 6 fra Figur 12-1 belastes med værdierne fra den lave understøtning, og knude 7 belastes med den høje understøtnings værdier. Systemet understøttes i knuderne 1,2 og 3, som simpelt understøttet og ubevægelig. Det leder til reaktionerne, som kan ses af Tabel 12-1 nedenfor, hvor træk er angivet negativt og tryk er positivt.

Knude	F _x [kN]	F _y [kN]	F _z [kN]
1	-185,4	-96,6	-682,8
2	143,6	-64,4	-509,0
3	2,0	-320,3	1284,4

TABEL 12-1: REAKTIONER PÅ FUNDAMENTET FOR CASE 1

Det skal dog bemærkes at reaktionerne kun er beregnet for 1 arkade. Det vil sige, at reaktionerne for knude 1 og 2 kun er ca. halvt så store som i den fulde konstruktion, idet de får bidrag fra de arkader, som ligger ved siden af. Det betyder, at man kommer op på en lodret maksimal trækraft, som udgøres af summen af F_z i knude 1 og 2, da dette svarer til 1 knude i det samlede system, og der findes en kraft på 1191,8 kN. Det er en meget stor kraft at skulle forankre, for en konstruktion som helst skulle være billig og let at opføre.

Det estimerede tværsnit for stålkonstruktionen er ikke stort nok til at kunne holde, og hele konstruktionen er derfor nødt til at have et tværsnit Ø323,9 mm med en tværsnitstykkelse på 5 mm. Selv efter denne ændring kan konstruktionen ikke holde. Det skyldes for store udbøjninger om den ene akse.

Den mest belastede stang er Stang 10, som har en lidt for stor bøjning. Den har en længde på 7,86 m, og hvis man benytter 1/200 af spændet findes 39,3 mm, hvor stangen bøjer 44,6 mm ud. Det vil sige, at det er en meget kosmetisk betragtning, idet stangen ellers ikke er overbelastet. Det er valgt at beholde dette tværsnit (Ø323,9 mm) for Case 2 også. Resultatet for stang 10 kan ses af Appendiks H, hvor inputtet til Analysis ligeledes kan ses.

12.2 STÅLKONSTRUKTION OG REAKTIONER PÅ FUNDAMENTET FOR CASE 2

For Case 2 er benyttet reaktionerne i knuderne langs med stængerne som membranen er fastholdt i, samt reaktionerne i ende knuderne. Reaktionerne langs stængerne er tidligere illustreret i Figur 11-21, og disse er altså fordelt på samme vis på de to stænger i arkaden, som er belastet af membranen. Dette leder til reaktionerne på fundamentet, som kan ses af Tabel 12-2. Konstruktionen er regnet med samme tværsnit som for Case 1. Den mest problematiske stang er igen stang 10, som har en lidt for stor bøjning. Den bøjrer nu 44,2 mm ud. Resultatet for stang 10 og input til Analysis kan ses af Appendiks I.

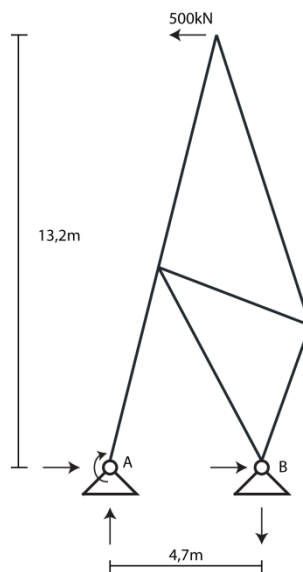
Knude	F _x [kN]	F _y [kN]	F _z [kN]
1	-183,5	-88,3	-665,9
2	143,8	-55,2	-494,8
3	4,5	-333,1	1343,2

TABEL 12-2: REAKTIONER PÅ FUNDAMENTET FOR CASE 2

Summeres bidragene til det lodrette træk for en understøtning fås 1160,7 kN, som er 31,1 kN mindre end for Case 1. Det ses også, at kræfterne i x-retningen for de to understøtninger i træk 1 og 2 for Case 1 og 2 tilnærmelsesvis er identiske, hvilket betyder at rotationen også er tilnærmelsesvis identisk. Y-retningen bidrager til trækket i de to understøtninger, og her ses det, at Case 2 er mindre end Case 1 i de to knuder. En generel vurdering bliver, at trækket i pr. understøtning Case 2 er lidt mindre end for Case 1.

13 DESIGNPARAMETRE FOR OPTIMERING OG REDUKTION AF TRÆKKRAFT I UNDERSTØTNINGEN

Hvis trækraften ved fundamentet skal reduceres ved hjælp af arkadestrukturkonstruktionens geometri, kan man øge afstanden mellem understøtningerne, eller f.eks. benytte et kabel til at skabe en større momentarm til at tage det væltende moment, som konstruktionen udsættes for. Dermed vil trækraften blive mindre, og man vil reducere den nødvendige forankring. Der er i dette tilfælde en meget lille momentarm på konstruktionen på kun 4,7 m. Hvis man f.eks. valgte at øge afstanden mellem understøtningerne til det dobbelte vil trækraften falde til ca. det halve. På samme vis vil trækraften reduceres, hvis hele konstruktionshøjden reduceres. Dette illustreres ved et simpelt lille statisk eksempel i 2-dimensioner, vist i Figur 13-1:



FIGUR 13-1: SIMPELT 2D STATISK SYSTEM AF KONSTRUKTIONEN.

Ved momentlignevægt om punkt A findes:

$$(M=0) \quad 0 = -500kN \cdot 13,2m + R_B \cdot 4,7m \quad (13-1)$$

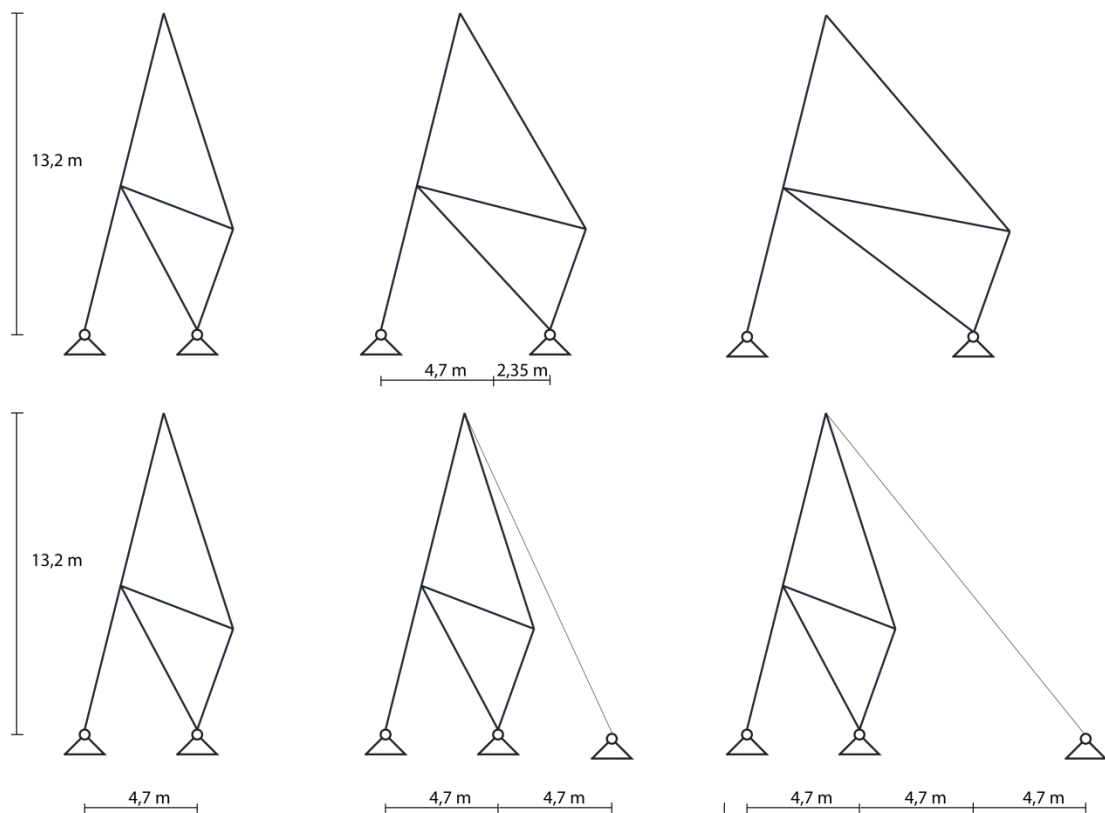
$$\Rightarrow \quad R_B = \frac{500kN \cdot 13,2m}{4,7m} = 1404kNm \quad (13-2)$$

Det er nu meget let at indse fra resultatet i (13-2), at de to faktorer, som påvirker reaktionen, er længden mellem understøtningerne og højden, som kraften påvirker konstruktionen i. Ud fra en optimeringsvinkel vil det således være bedst at lave så stor bredde som muligt mellem understøtningerne, samt gøre højden så lille som muligt.

Dette afføder æstetiske og funktionelle betragtninger af konstruktionen, som de afgørende faktorer. Det skal også nævnes, at membranen fungerer bedst med stor højdeforskel mellem understøtningerne, så dette er også en faktor, der spiller ind på trækraften. Trækraften bliver altså også større, hvis konstruktionen laves fladere, som det ses af reaktionen i y-retningen for Case 3.

Sammenlignes resultatet i (13-2) med den samlede reaktion fra de to undersøgelser af trækraften, ses det, at de er i samme omegn. Præcisionen i Analysis beregningen er dog noget større, og derfor er det klart, at der er en afvigelse.

Det skal nævnes, at vindlasten på facaden ikke er taget i regning, da der kun er fokuseret på snelast. Hvis vinden påvirker bygningen i 90 graders retningen, vil der komme last på facaden, som vil øge det væltende moment, som konstruktionen udsættes for. Trækraften vil dog sandsynligvis være noget mindre for vindlasten. Det skyldes, at momentarmen er mindre, fordi den store last ved vindlasten vil være placeret ved de lave understøtninger. Trækraften fra vind, vil derfor ikke udgøre et ligeså stort problem.



FIGUR 13-2: ÆSTETISK BETYDNING VED AT ÆNDRE KONSTRUKTIONEN

Figur 13-2 illustrerer den æstetiske side af at ændre på konstruktionen. Den øverste række illustrerer betydningen af, at flytte den bagerste understøtning, mens der i den nederste tilføjes et kabel. Kabelløsningen

vil være betydeligt mindre dominerende for den samlede konstruktion. Det gør ikke noget at tilføje kablet, da det er en mere ærlig løsning for trækstrukturen. At forøge afstanden mellem understøtningerne 1,5 gang kan godt gå, som det ses i øverste række i midten, men at gøre den dobbelt så stor fungerer ikke rent æstetisk. Det kunne også vælges at lave et stort fundament til konstruktionen, men dette er dyrere end at optimere trækraften. Det modsiger også titlen på projektet at lave et stort fundament når det kaldes en lethal.

13.1 ANDRE FORSLAG TIL OPTIMERING AF KONSTRUKTIONEN

Et stort problem er den voldsomme størrelse af snelasten, som dominerer i forhold til trækket i fundamentet. Derfor er det denne som primært skal søges reduceret. En måde at gøre dette på, kunne være at hæve det ene hjørne af den plan, som konstruktionen spænder over således at hele konstruktionen, på nær det modsatte hjørne, flyttes opad til at være et skævt plan. Dette vil minimere snelasten på nogle områder af membranen, hvor viklerne nu vil være større, men det vil tillige skabe en højere konstruktion, som så vil være mere overfølsom overfor vind. Dette vil også skabe en asymmetri i lasten, som skal analyseres. Desuden skal det analyseres, hvor meget man kan løfte uden det bliver et problem i forhold til vinden.

En anden måde at minimere snelasten på, kan være at sørge for større vinkler på tagets geometri generelt, således vil der ruche mere sne af taget. Her vil man skabe mere ophobning i midten af taget, hvor vinklerne stadig vil være relativt små. Men man vil fjerne sne fra kanterne, og dermed vil snelasten generelt være mindre.

En helt tredje metode kan være at opvarme hallen, således vil sne ruche af eller smelte med det samme på grund af isolansen af membranen. Det er dog ikke en anbefalelsesværdig løsning, og kan kun anbefales i nødstilfælde ved store snemængder, hvor der er risiko for ponding. Ved mindre konstruktioner kan man også med en vandslange hjælpe sneen til at ruche af ved at sørge for at membranen bliver våd og dermed meget glat.

14 DETALJERINGSFORSLAG

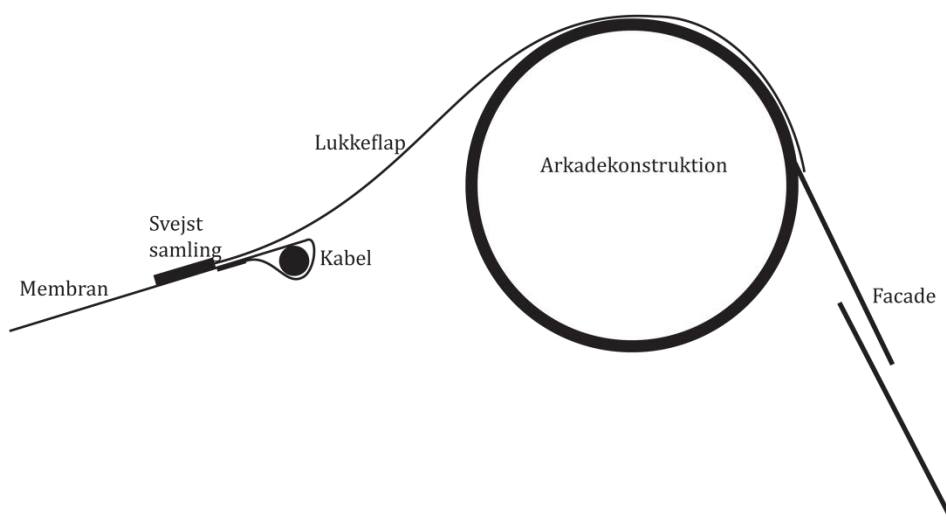
Der er mange faktorer, som skal overvejes i detaljeringen af en membrankonstruktion, og det er her forsøgt at skære antallet ned til nogle af de mest relevante for dette projekt.

Membranen er undersøgt i de to tilfælde med hhv. fast og kablet rand, og betragtes arkitekternes vision i Figur 2-1, ses det, at man vil have en facade, som grænser op til membranen. Det giver nogle æstetiske overvejelser omkring randkablerne og den faste rand, idet

randkablerne vil give anledning til en åben lomme mellem membranen og facaden. Da hallens brugere gerne skulle beskytte brugerne mod vind og vejr er denne lomme ikke ønskværdig og ville skulle lukkes på en måde. Civilingeniør og partner Mark Smith fra Base Structures[16] besøgte København i april 2013. Der blev derfor arrangeret et møde, hvor vi kunne tale om løsningsforslag for hallen fra en mere praktisk vinkel. Base Structures er en rådgivnings- og entreprenørvirksomhed med base i England som har specialiseret sig i membrankonstruktioner. Nogle af de diskuterede forslag er omtalt i det følgende. Et mødereferat fra mødet er tilgængeligt i Appendiks L(DVD).

14.1 RANDKABLER - HUL MELLEM MEMBRAN OG FACADE

En måde at løse problemet, når der er randkabler, kunne være at lave nogle lukkeflapper, som svejses på membranen og lukker hullet mellem facade og membran. Et skitse forslag til sådanne flapper kan ses af Figur 14-1. Denne løsning har imidlertid nogle æstetiske problemer, i form af, at den svejsede samling og randkablet altid vil være synlige, specielt på lyse dage, fordi membranen er translucent. En anden negativ ting ved lukkeflapper er, at de uundgåeligt vil skabe folder, idet flapperne spænder mellem en konstruktionsdel som deformerer meget under belastning, i form af membranen, og til en konstruktionsdel som er relativt stiv, i form af stængerne. En alternativ metode til at løse problemet med hullet kan være at separere membranen fra arkadestrukturen, således at der skabes et overløb. Dette kunne udføres ved at påføre konstruktionen udliggere, som membranen er fastgjort til. Dette vil skabe et udhæng som går ud over facaden. Udhængen vil have en buet kant som følger af randkablernes buer, men vil skærme for vejrlig på grund af overlappet.



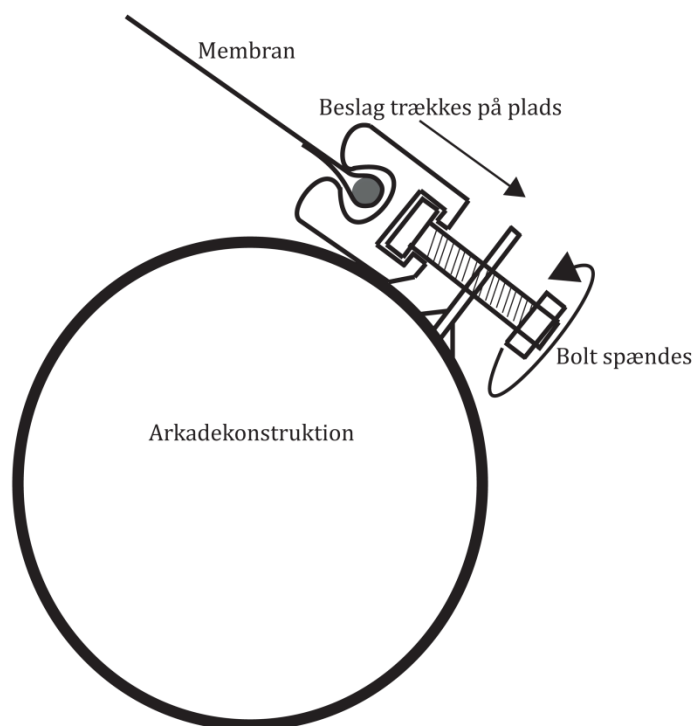
FIGUR 14-1: SNIT GENNEM MEMBRAN MED RANDKABLER, FOR AT GØRE KONSTRUKTIONEN TÆT LUKKES HULLET MELLEM RANDKABEL OG KONSTRUKTION MED LUKKEFLAPPER.

14.2 FAST RAND

Med fast rand kan man udføre konstruktionen ved at indspænde membranen i en skinne, som boltes fast til stængerne. Et eksempel på, hvordan en fast rand ser ud, kan ses af Figur 14-2. Forspændingen opnås her ved at trække skinnen på plads på randen. Dette kan f.eks. gøres ved at have en bolt, som trækker membranskinnen på plads, når den bliver spændt. Princippet er illustreret i Figur 14-3.



FIGUR 14-2: INDSPÆNDT MEMBRAN PÅ BUE [16]



FIGUR 14-3: OPSPÆNDING AF MEMBRAN PÅ FAST RAND. NÅR BOLTEN SPÆNDES TRÆKES MEMBRANSKINNEN PÅ PLADS OG MEMBRANEN SPÆNDES.

14.3 HJØRNER

Hjørnerne samler alle kræfterne fra membranen og leder dem ned i den understøttende konstruktion. Der er derfor en del overvejelser, man bør gøre sig, når hjørnerne skal designes. Hjørnerne er udsatte både ved installationen af membranen, men også i hele membranens levetid. Nogle af de faktorer, som er vigtige at overveje under installationen er, at membranen bærer størstedelen af kræfterne under installationen. Det skyldes, at kablerne er slappe i denne fase, så membranens vægt bæres kun i samlingen til hjørnet. Det kan desuden være nødvendigt at midlertidigt understøtte hjørnesamlingerne under opførslen for at holde samlingen i den mest optimale vinkel, fordi samlingerne er meget tunge og let kan dreje. Alt efter den endelige konfiguration af konstruktionen med eller uden randkabler, skal samlingerne kunne drejes, hvor kablerne møder stængerne. Dette er specielt vigtigt under selve opførslen af bygningen, hvis membranen hejses på plads, skal samlingen kunne dreje med når membranen og kablet bevæger sig opad. Denne type samling kan ses af Figur 14-4. Samlingerne skal ligeledes kunne løftes, hejses og spændes, så de skal også designes i forhold til installationsudstyret.

Når membranen er installeret skal det sikres, at kræfterne ledes via randkablet til hjørnet, og at de tangentielle kræfter absorberes af kablerne. De tangentielle kræfter opstår, fordi membranen krummer i to retninger. Spændingerne vinkelret på kanten løber langs kablet og skal samles op af kablet. Derfor skal kablet skal ligge fast i lommen langs randen for at optage disse spændinger. Derudover skal man sørge for at samlingen er designet, så der undgås excentriciteter og spændingskoncentrationer i den endelige konfiguration, som over tid kan føre til kollaps. Derudover skal der være plads til finjustering af forspændingen i samlingerne [6].



FIGUR 14-4: DREJELIG SAMLING MELLE MEMBRAN, KABEL OG UNDERSTØTNING [16]

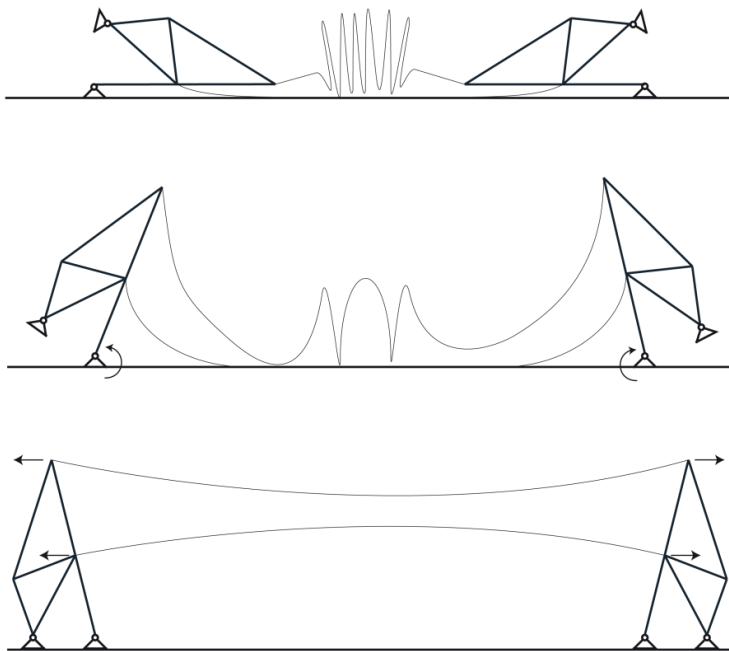
Flere figurer af understøtningsformer er tilgængelige i Tensinet guiden [6].

14.4 MØNSTER TIL FREMSTILLING AF MEMBRAN

Membranen udgøres af flere sammensatte baner af materiale, og derfor skal der udføres et mønster, et så kaldt "cutting pattern", til at sammensætte den totale membran efter. Membranen skæres desuden ud i en mindre størrelse end for den endelige konstruktion, idet materialet har en stor tøjning, når det forspændes. Membranen vil, på grund af tøjningen, være for stor, hvis den blev udført efter det areal den dækker i projektet. Den endelige størrelse af membranen skal altså beregnes ud fra tøjningen og krybningen af membranen. Når man laver et cutting pattern, benyttes geodætiske linier i konstruktionen til at bestemme sømlinierne. Geodætiske linier er den korteste vej mellem to punkter på en krum overflade. Ydermere skal der tages højde for warp og weft retningerne således, at forspændingen kan optages i de to materialeretninger. I dette projekt, som er en 'ridge and valley' konfiguration, vil det ikke være smart at udføre en søm i de lave områder af membranen, fordi sømmene aldrig er helt vandtætte, og dermed vil regn og smeltevand kunne dryppe ned inden i hallen.

14.5 OPFØRSEL

Der er umiddelbart to mulige måder, hvorpå membranen kan opføres. Den ene er, at samle arkaderne liggende på jorden, fastgøre membranen til arkaderne og placere membranen imellem dem. Hvis man fastgør den inderste understøtning (punkt 3) kan, man herefter dreje konstruktionen på plads, hvorefter membranen bliver foldet ud og spændt op, og de resterende understøtninger kan forankres. Opførselsforslaget er illustreret i Figur 14-5.



FIGUR 14-5: OPFØRSELSFORSLAG, ARKADERNE REJSES OG MEMBRANEN SPÆNDES UD MELLEMLIGT AUTOMATISK.

Alternativt udføres arkaderne stående i deres endelige konfiguration, og membranen og kablerne hæves op fra jorden og spændes op.

15 DISKUSSION

I projektet har parametrien været meget gennemgående og en stor del af hele processen. At udføre en så stor del parametrisk udfordrer måden at tænke på og måden at udføre tingene på. Det kræver, at man konstant overvejer konsekvenserne af de valg man foretager i en større sammenhæng. Eksempelvis er nogle laster udeladt i dette projekt, simpelthen fordi det var for omfattende at skulle udføre dem parametrisk. Desuden er man nødt til på forhånd at have kendskab til baggrund, teorier og det overordnede mål, for at kunne udføre en parametrisk konstruktion på en god måde, fordi så mange faktorer spiller ind for modellen. Den parametriske model er meget stærk i dens funktionalitet, og den lette måde at ændre konstruktionen og udføre beregningen på igen, gør modellen til et kraftigt værktøj, når en konstruktion skal optimeres, eller hvis en konstruktion skal fremstilles i forskellige konfigurationer i industrien. Dog er det ressourcekrævende at udføre en parametrisk model, fordi det tager lang tid at overveje alle konsekvenser af de parametre, som indgår i modellen. Det skal derfor overvejes grundigt ved projekt start, om en parametrisk model vil kunne bidrage positivt senere hen i forløbet, og derved give en tidsmæssig besparelse i sidste ende. Indholdet i dette projekt beviser styrken ved den parametriske model, idet adskillige konfigurationer er undersøgt. Der er imidlertid meget store constraints i modellen, som gør den mindre brugbar end først antaget. Disse kraftige constraints skyldes primært kompleksiteten af modellen i form af de mange underinddelinger af lasten. Det kan diskuteres, om det ville have været fordelagtigt at lave meget simple lasttilfælde, hvilket ville have givet mere plads andre steder i projektet. Men på den anden side, ville det kunne have gået ud over udforskningen af muligheder ved parametrien. I udførelsen af modellen fastlægger man parametre, som man kan ændre, og samtidig fastlægger man hvilke parametre, man ikke kan ændre. Disse har også stor betydning for det endelige output. Det er derfor vigtigt at gøre sig klart, hvilke parametre som er relevante og irrelevante at kunne justere. Modellen i denne rapport blev parametermæssigt meget vellykket, da de parametre, som man kan justere, stemmer godt overens med den ønskede fleksibilitet. Derudover gav modellen mulighed for at undersøge, hvad der skulle til for at optimere konstruktionen.

Selve processen i projektet har ikke været kronologisk og har til tider fremstået rodet. Men det afspejler tankegangen i forhold til parametrien, hvor mange parametre er relateret til hinanden. Den iterative del af processen, hvor modellen for Lethal 2.0 måtte kasseres, og der skulle genereres en anden model, kunne formodentligt have været undgået, hvis undersøgelsen af modellerne havde været foretaget inden den parametriske model for Lethal 2.0 blev udført. Det ville også have resulteret i mere tid til f.eks. at gennemføre flere analyser og måske rum til en dybere detaljering af eksempelvis en samling.

Valget af SOFiSTiK som software har både været en begrænsende faktor og en faktor til stor frihed i projektet. Den stejle indlæringskurve for

programmet, samt svær tilgængelig hjælp til programmet, har været medvirkende til at gøre denne del af projektet meget tidskrævende. Det har dog været meget lærerigt at lære ny og meget kompleks software at kende, og det gavner også forståelsen af finite element metoden at sætte sig ind i denne type programmer. Manualen for programmet er knap så god, og da det er teknisk krævende at skrive i et programmeringssprog, som man ikke har stort kendskab til, er manualen ikke god nok. SOFiSTiK er udviklet i Tyskland, og manualen bærer præg af at være en halvdårlig oversættelse af originalen på tysk. Da det ikke er et stykke software, som har samme udbredelse som eksempelvis Autodesk's Robot Structural Analysis, er der heller ikke meget hjælp at hente online. Tutorials har været meget sparsomme, og de der har været, har kun været brugbare i begrænset omfang. Det har gennem projektet ledt til en del frustrationer ikke at kunne få tilgængelig hjælp i situationer, hvor man har siddet fast. Der er dog udviklet nogle eksempelfiler, som man kan hente og få inspiration af. Derudover har SOFiSTiKs support også været behjælpelige i fastlåste situationer, hvor ingen anden hjælp kunne findes. En fordel ved valget af SOFiSTiK har uden tvivl været muligheden for den automatiske meshing og overførslen af geometrien fra Rhino og Grasshopper. Dette kan ofte være problematisk, særligt i forhold til tolerancer, filformater og dataoverførslen. Men da det har været meget velfungerende i dette tilfælde, har det skabt luft, og medført en tidsmæssig besparelse.

Et større spørgsmål rejser sig i forhold til validiteten af form findingen og de endelige resultater. Specielt når man læser artiklen Gosling P.D et al. 2013 [17], kan man ikke undgå at forholde sig relativt skeptisk til de opnåede resultater. Artiklen omhandler brug af forskellig software til at løse ens membrankonstruktioner, og der er stor forskel på de opnåede resultater fra de forskellige stykker software og teorier. Man bliver dog også nød til at forholde sig kritisk til mængden af forfattere i artiklen. Selvom modellerne i artiklen er godt beskrevet, kan de forskellige forfattere have udført dem med små forskelle, hvilket kan have betydet afvigelser i studiets resultater. Havde alle modeller derimod været udført af samme person, ville de med sandsynlighed have været udført mere identisk, og afvigelserne i resultaterne havde ikke været så markante. Den mest interessante del af artiklen, når man sammenholder med dette projekt, er at spredningen på resultaterne stiger i takt med kompleksiteten af modellen. Det vises, at resultaterne får større spredning ved at sammensætte to hyperformer i stedet for kun en. Dette er relevant, idet dette projekt arbejder med en konstruktion, som kan sammenlignes med eksemplet med de sammensatte hyperformer. Konstruktionen for lethallen består på samme vis af en række ens moduler, og det er interessant at bemærke, at resultatvariationen fra forskellig software er øget ved en stigning af sammensatte former. Det kunne ydermere være interessant at undersøge, om der er spredning i resultater inden for samme software pakke. Dette kunne ikke ses af artiklen, fordi software udbyderne er anonymiseret. Den generelle spredning på resultaterne og det faktum, at man ikke kender et eksakt resultat for denne type konstruktioner, er

sandsynligvis også medvirkende til de meget store sikkerhedsfaktorer, som membrankonstruktioner skal overholde. I Tensinet guiden[6] foreskrives det f.eks., at sikkerhedsfaktoren på materialet for spændinger er 6,0. Det er en meget stor faktor, og følges denne, er membranen, som er benyttet i denne rapport, faktisk ikke stærk nok som det kan ses af cases.

15.1 FORSLAG TIL VIDERE ARBEJDE

Udførslen af et større projekt afleder altid en mængde ubesvarede spørgsmål, som også har interesse. En del af de interessante emner, som er relevant at undersøge nærmere, er samlet nedenfor:

- Asymmetri i last. Det kan være, at konstruktionen er meget følsom overfor asymmetrisk last, og det kan være det dominerende lasttilfælde.
- Stålkonstruktion indført i SOFiSTiK til fuld stivhedsanalyse af konstruktionen. Præcision af beregningerne i opgaven er ikke 100 %, da membranen er understøttet fuldstændigt stift, men i praksis vil den være understøttet af den mindre stive stålkonstruktion. Det giver anledning til en større samlet deformation af hele konstruktionen.
- Hæv et hjørne af hallens plan. Herved kan snelasten mindskes på nogle dele af membranen.
- En case, hvor alle vinkler for membranen øges, så snelasten formindskes.
- Undersøgelse af færre moduler, for at se om det giver en ændring i størrelsen på lasten. Altså om kompleksiteten har betydning for resultaterne inden for samme software pakke.
- Cutting patterns. Det kunne være spændende at udforske den mere praktiske del af opførslen af en membran.
- Test af resultater fra opgaven med anden software.
- Finite elementmodeller af detaljeringen, i form af samlinger og specielle steder i konstruktionen, hvor der er tendens til spændingsophobning eller diskontinuiteter.
- Samlinger. De skal kunne efterspændes og være bevægelige under opsætning, og kræver specielt design.
- Progressivt kollaps.
- Tidsafhængige faktorer som fatigue af kabler og samlinger som følge af dynamisk vindlast. Relaxation som følge af stor belastning og aflastning. Kondens og korrosionsbeskyttelse. Krybning i membranen.
- Yderligere undersøgelse af vindlasten. Specielt når facaden påvirkes af vinden, idet det er sandsynligt, at det væltende moment forøges.
- Vindtunnel forsøg og simuleringer.
- Brandmæssige egenskaber.
- Akustiske egenskaber.

16 KONKLUSION

Der blev fra projekt start efterspurgt en fleksibel model af Lethal 2.0 samt en statistisk analyse af stålkonstruktionen. Denne blev udført i indeværende projekt, men måtte efter undersøgelser af konstruktionen redesignes til Lethal 2.1 med en anden, men dog beslægtet konfiguration til Lethal 2.0. Lethal 2.1 blev fundet, som den bedste konfiguration for membrantaget, og derfor blev denne benyttet. Den parametriske model for lethallen kan beregne konstruktionen for sne og vind efter Eurocodes ved hjælp af få manuelle procedurer og må antages at være en succes. Grasshopper har dog sine begrænsninger, hvilket betyder at modellen ikke fungerer i alle konfigurationer, og det skal man selv være opmærksom på under brug af modellen.

Samspelet mellem Grasshopper, Rhino og SOFiSTiK er et meget kraftigt værktøj til analyse af denne type konstruktion. Dog er SOFiSTiK ikke et specielt let tilgængeligt program, og det kræver en del tid at sætte sig ind i programmet. SOFiSTiK er imidlertid et meget kraftigt stykke software og friheden i, at man selv kan lave textinput i stedet for at være bundet af et interface, giver meget stor frihed. Ikke mindst geometrisk, som godt kan være et problem med anden software.

Det at løse den efterspurgte fleksible model ved hjælp af parametri gav mulighed for at undersøge forskellige optimeringsmuligheder for konstruktionen. Her blev det fundet, at den bedste konfiguration for konstruktionen er med stor forskel i højde på membranen, som medfører stor krumning, da dette kan reducere reaktionernes størrelse. For funderingen er det bedst med en stor momentarm mellem understøtningerne konstruktion, således kan man minimere den nødvendige forankring. At lave en indpændt rand i stedet for en rand med randkabler gav en mindre reduktion i reaktionen, og når man har 22 funderingspunkter, er denne lille reduktion værd at tage med i overvejelserne. Generelt blev det fundet, at der var meget store reaktioner i træk og tryk som følge af snelasten, og at en mulig reduktion af snelasten vil kunne hjælpe konstruktionen.

17 PERSPEKTIVERING

Den parametriske model muliggør bedre samarbejde mellem ingeniøren og arkitekten, idet der er meget stor formfrihed og muligheder for at ændre konstruktionen. Det er i meget høj grad det, som man søger som civil ingeniør i bygningsdesign, da uddannelsen udfordrer de meget fastlåste roller som bygningsingeniøren og arkitekten kan have.

Jeg er personligt glad for at have udført et projekt, som fokuserer på trækkonstruktioner i form af membraner og kabler, fordi meget af studiet på universitet har været fokuseret på konstruktioner, som er udsat for tryk eller bøjning.

Det har været tidskrævende at lære SOFiSTiK at kende. Men det har været tiden værd, da det er langt mere kraftfuldt end mange af de andre FE værktøjer, jeg tidligere har benyttet.

En anden stor erfaring, som jeg har gjort mig, er omkring parametrien, hvor man ikke bør lave en parametriske model, før man er 100 % sikker på, hvordan konstruktionen fungerer. Desuden bør man for så vidt muligt gøre laster uafhængige af mesh og konstruktionspunkter, så man kan ændre geometrier, hvis det måtte være nødvendigt. Derudover bør man lave flere konfigurationer og undersøgelser af en konstruktion fra start, hvis det er muligt. I tilfælde af, at jeg havde lavet en tidligere undersøgelse af den fulde konstruktion for Lethal 2.0, havde det ikke været nødvendigt at kassere modellen. Problemet med modellen blev først opdaget, da systemet blev analyseret, hvilket skete da der var gået ca. $\frac{3}{4}$ den foreskrevne tid til specialet. Fejlen med modellen synes banal, når man betragter teorien. Men hverken jeg eller mine vejledere havde på forhånd overvejet, at det ville blive et problem. Selvom modellen af Lethal 2.0 var færdig som parametriske model og klar til at blive anvendt, blev der taget en beslutning om at lave en ny model. Denne beslutning har betydet, at det ikke har været muligt at nå så langt, som vi fra starten havde regnet med, men til gengæld har det betydet, at der blev udarbejdet en mere optimal model.

18 LITTERATUR

- [1] Grasshopper v. 0.90014
www.grasshopper3d.com (tilgået 2/3 - 2013)
- [2] Rhinoceros 5.0
www.rhino3d.com (tilgået 2/3 - 2013)
- [3] SOFiSTiK
www.sofistik.com (tilgået 2/3 - 2013)
- [4] Berger H. Light Structures - Structures of Light. 1. Basel: Birkhäuser; 1996
- [5] Gimsing N.J., Georgakis C.T. Cable Supported Bridges - Concept and design. 3. United Kingdom: John Wiley and Sons, Ltd; 2012
- [6] Forster B. et al. European Design Guide for Tensile Surface Structures 1. Bruxelles: TensiNet; 2004
- [7] Lewis W. Tension Structures - Form and Behaviour. 1. London: Thomas Telford Publishing; 2003
- [8] Schodek D.L. Structures. 5. New Jersey: Pearson Prentice Hall; 2004
- [9] SOFiSTiK. ASE - General Static Analysis of Finite Element Structures v.27.10. Oberschleissheim: SOFiSTiK AG; 2013
- [10] Eurocode 1: Last på bærende konstruktioner - Del 1-3: Generelle laster - Snelast: DS/EN 1991-1-3:2007
- [11] Teknisk Ståbi. 20. Udgave. København: Nyt Teknisk Forlag; 2009
- [12] Eurocode 1: Last på bærende konstruktioner - Del 1-4: Generelle laster - Vindlast: DS/EN 1991-1-4
- [13] Fraguada L. gHowl:
<http://www.grasshopper3d.com/group/ghowl> (tilgået 20/5-2013)
- [14] Piacentino G. Baking attributes component.
<http://www.giuliopiacentino.com/grasshopper-tools/> (tilgået 21/5-2013)
- [15] Cuylaerts Engineering: Analysis for Windows v.2.04
<http://cuylaerts.net/> (tilgået 15/7-2013)
- [16] Base Structures
<http://www.basestructures.com/> (tilgået 30/5-2013)
- [17] Gosling P.D et al. Analysis and design of membrane structures: Results of a round robin exercise. Elsevier, Engineering Structures. 2013 Vol. 48 p.313-328